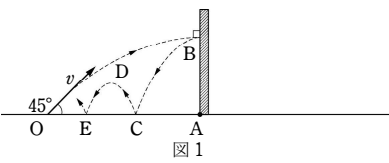


1 [2017 法政大]

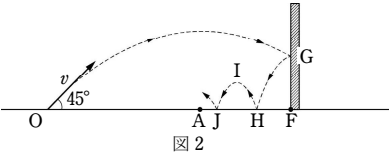
次の問いに答えよ。なお、重力加速度の大きさを g とする。

図 1 に示すように、なめらかな水平な床面上の点 O から水平方向より角 45° 上向きに、質量 m の小球を速さ v で投げた。小球は、床面上の点 A の位置に垂直に固定したなめらかな壁面に、点 B で垂直に衝突し、はねかえって落下した。小球は点 C で床面に衝突してはねかえった後、点 D で最高点に達し、点 E で再び床面に衝突した。ここで点 C は線分 OA を $3:2$ に内分する点であった。



- (1) 小球が壁面に衝突する直前の速さを、 v を用いて表せ。
- (2) OA 間の距離を、 g, v を用いて表せ。
- (3) 点 B の床面からの高さを、 g, v を用いて表せ。
- (4) 小球と壁面との間の反発係数はいくらか。
- (5) 小球と床面との間の反発係数を e として、小球が点 C で床面に衝突した後、点 E で再び衝突するまでの時間を、 g, v, e を用いて表せ。

次に図 2 に示すように、壁面を床面上の点 A から点 F の位置に移して垂直に固定し、再び点 O から水平方向より角 45° 上向きに、質量 m の小球を速さ v で投げた。小球は、なめらかな壁面に点 G で衝突し、はねかえって落下した。小球は点 H で床面に衝突してはねかえった後、点 I で最高点に達し、点 J で再び床面に衝突した。 OH 間の距離は、 OA 間の距離の $\frac{7}{5}$ 倍であった。



- (6) 図 1 で小球が点 O から点 C に達するのに要した時間を T_1 、図 2 で小球が点 O から点 H に達するのに要した時間を T_2 とする。 T_2 は、 T_1 の何倍となるか。
- (7) OF 間の距離は、 OA 間の距離の何倍となるか。
- (8) 点 I の床面からの高さは、点 D の床面からの高さの何倍となるか。

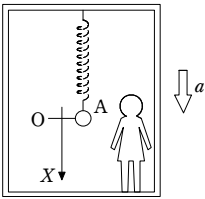
2 [2017 法政大]

次の問いに答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g とする。
エレベーターの中で、天井から軽いばねで質量 m の小物体 A がつるされており、エレベーター内の人が A の運動を観測している。以下では、すべて、エレベーター内の観測者から見た運動を考える。

初めに、エレベーターが静止状態にある場合を考える。 A が静止しているとき、ばねの自然の長さからの伸びは d であった。

- (1) ばねのばね定数を求めよ。
- その後、 A を静止している位置からさらに距離 d だけ下方に引き下げ、静かにはなすと A は振動を始めた。

- (2) A をはなしてから、 A が最高点に達するまでの時間を求めよ。
- 次に、図のようにこのエレベーターが鉛直下向きに一定の大きさ a の加速度で下降している状態にある場合を考える。ただし、 $0 < a < g$ とする。

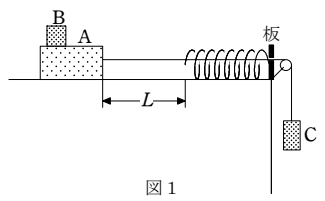


- (3) 初め A は点 O で静止している。このとき、ばねの自然の長さからの伸びを求めよ。
- この後、 A を点 O から下へ引き下げ、自然の長さからの伸びが $2d$ になったところで静かにはなすと、 A は振動を始めた。
- (4) 点 O を原点として下向きに X 軸をとり、力は下向きを正とする。 A が座標 x の位置にあるとき、 A にはたらく力の合力を d, g, m, x を用いて表せ。
- (5) A をはなしてから、 A の速さが下向きで最大となるまでの時間を求めよ。
- (6) このときの A の速さを求めよ。
- (7) A の加速度の大きさの最大値を求めよ。
- (8) (2) で A が最高点に達したときの加速度の大きさと、(7) で求めた加速度の大きさはどちらが大きい。 (2) の場合は (2)、(7) の場合は (7)、の数字で答えよ。

3 [2016 同志社大]

次の文中の空欄 [ア] ~ [ク] に当てはまる式を記せ。また、(1) では適切なグラフの概形を図 2 にかけ。ただし、重力加速度の大きさを $g [m/s^2]$ とする。

図 1 のように、水平でなめらかな台の上に質量 $m_A [kg]$ の物体 A が置かれ、その上に質量 $m_B [kg]$ の小物体 B が置かれている。 A と B の間の静止摩擦係数は μ である。 A は軽い定滑車を通して、物体 C と軽い糸でつながれている。また、ばね定数 $k [N/m]$ のばねが、台の右端に固定された板に取りつけられている。



この板には穴があけられており、 A と C をつなぐ糸は、板とばねに接触することなく、板の穴とばねの中心軸を通っている。

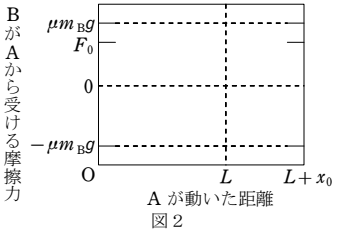
物体 A を、ばねの左端から離れた位置で静止させ、静かにはなすと、 A と小物体 B と物体 C はともに、同じ大きさの加速度で動き始めた。 A がばねに接触するまでの間、加速度は一定であり、その大きさを $a [m/s^2]$ とする。これより、 C の質量は [ア] $[kg]$ と表され、糸の張力の大きさは [イ] $[N]$ 、 A と B の間の摩擦力の大きさは [ウ] $[N]$ である。 B は A の上で動かないことから、 A と B の間の静止摩擦係数 μ は [エ] 以上であることがわかる。

物体 A が動き始めてから、ばねと接触するまでの間に動いた距離を $L [m]$ とすると、動き始めてから接触するまでの時間は [オ] $[s]$ である。また、接触する直前の A の運動エネルギーは [カ] $[J]$ である。

以下では、物体 C の質量を $m_C [kg]$ とし、 a を用いずに解答を記せ。

A がばねと接触すると、ばねは A に押されてまっすぐに縮み始め、ばねがある程度縮んだところで小物体 B は A の上をすべり始めた。 A がばねと接触してから B がすべり始めるまでの間を考えると、ばねの縮みが $x [m]$ のときに B が A から受ける摩擦力は、水平右向きを正として [キ] $[N]$ と表される。したがって、 B が A の上をすべり始めるのは、ばねが自然の長さから [ク] $[m]$ 短くなったときである。

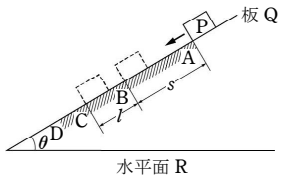
- (1) 物体 A が動き始めてから、小物体 B が A の上ですべり始めるまでの間、 B が A から受ける摩擦力の変化を表すグラフの概形を、横軸を A が動いた距離、縦軸を摩擦力として図 2 にかけ。ただし、摩擦力の正の向きを図 1 の水平右向きにとり、図 2 中の $F_0 [N]$ は (ウ) で求めた摩擦力を、 $x_0 [m]$ は (ク) で求めたばねの縮みを表している。



4 [2016 法政大]

次の文の [] に入れるべき数式を記せ。なお、重力加速度の大きさを g とする。

質量 m の小物体 P が置かれたあらい面からなる板 Q が、水平面 R の上に置かれている。 Q を徐々に傾け、図に示すように Q と水平面 R との角度が θ になると P は Q の上の点 A においてすべり始める。 P がすべりだす直前に受ける垂直抗力の大きさは [ア]、最大摩擦力の大きさは [イ] となり、静止摩擦係数は [ウ] となる。



P は傾斜角 θ の Q の上の点 A を静かにすべりだし、動摩擦力を受けて点 B に向かってすべり下りる。 P と Q との間の動摩擦係数は、点 A と点 B の間では μ_1 、点 B と点 D の間では μ_2 である。点 A をすべりだした P は等加速度運動し、 AB 間の加速度の大きさは [エ] となる。 P が点 A から点 B まで移動した距離は s 、移動にかかった時間は t であった。このことから、点 A と点 B の間の動摩擦係数は、 $\mu_1 = \tan \theta - [オ]$ と表される。 P は点 B を通りすぎた後、動摩擦係数 μ_2 の面から動摩擦力を受け、点 B から距離 l だけ移動し点 C で止まった。このとき、点 B から点 C に移動する間に、 P が失う位置エネルギーの大きさ [カ] と P が失う運動エネルギーの大きさととの和は、動摩擦力が P にした仕事の大きさ [キ] と等しくなる。

5 [2016 立命館大]

次の文章を読み、ア～キ に適切な数式あるいは数値を記せ。また、a～c には指定された選択肢から最も適切なものを1つ選べ。ア、イ の解答欄に入る数式は、文字定数として $m, u, u_1, \Delta t$ のみを用いること。また、ウ～キ の解答欄に入る数式は、文字定数として m, M, u, e, l のみを用いること。

図のように、質量 M の直方体の箱 B がなめらかな水平面上に置かれている。箱 B の向かいあう面 P と面 Q はともに x 軸に垂直で、その2面間の距離は l であり、箱の面の厚みは無視できるものとする。箱 B は、初め静止している。この箱 B の内部のなめらかな底面上に質量 m の小球 A があり、速度 $u (>0)$ で x 軸正の向きへ移動している。しばらくすると、小球 A は面 P に垂直に衝突し、その後、小球 A は速度 u_1 で、 x 軸方向の運動を続けた。これを1回目の衝突とする。衝突に要した時間は Δt とする。この衝突に際して小球 A が箱 B から受けた力積はア、平均の力はイ と書ける。

ここで、この衝突の際のはねかえり係数(反発係数)を e とする。ただし、 e は $0 < e < 1$ を満たす。このはねかえり係数 e を用いると、速度 u, u_1, v_1 の間には、ある関係が成り立つ。また、衝突に際して、小球 A と箱 B の運動量の和が保存する。これらの関係より、1回目の衝突直後の小球 A の速度 u_1 はウ、箱 B の速度 v_1 はエ となる。また、小球 A と箱 B の力学的エネルギーの和について考えると、衝突直後の値から衝突直前の値を引いた量をこの衝突による力学的エネルギーの変化 ΔE とすると、 ΔE はオ となる。これより、衝突によって、力学的エネルギーはa。

次に、箱 B とともに動く人から見ると、1回目の衝突後の小球 A は、箱 B の底面上を面 P から面 Q に向かって進み、やがて面 Q で、同じはねかえり係数 e で、2回目の衝突をする。1回目の衝突から、2回目の衝突までにかかる時間はカ である。その後、小球 A は、箱 B の底面上を面 Q から面 P に向かって進み、面 P で3回目の衝突をする。3回目、および、それ以後の衝突においても同じはねかえり係数 e であるとする。

運動量保存則を用いると、2回目の衝突直後における小球 A と箱 B の運動量の和は、1回目の衝突直後における小球 A と箱 B の運動量の和に等しく、さらに、1回目の衝突直前における小球 A と箱 B の運動量の和にも等しいことがわかる。同様に、衝突をくり返しても、 n 回目の衝突直後における小球 A と箱 B の運動量の和は、1回目の衝突直前における小球 A と箱 B の運動量の和に等しいといえる。この関係は、 n 回目の衝突直後における小球 A の速度 u_n 、箱 B の速度 v_n を用いて、b と表される。

また、各衝突前後における小球 A の箱 B に対する相対速度は、はねかえり係数 e によって関係づけられているので、 n 回目の衝突直後における小球 A の箱 B に対する相対速度 $u_n - v_n$ はc と表される。したがって、衝突をくり返すことにより、十分に時間が経過した後は、小球 A と箱 B は一体になって運動をするのみとなる。この状態での小球 A と箱 B の力学的エネルギーの和から、1回目の衝突直前の力学的エネルギーの和を引いた量はキ となる。

a に対する選択肢

- ① 減少する ② 増加する ③ 変わらない

b に対する選択肢

- ① $Mu_n + mv_n = -Mu$ ② $mu_n + mv_n = nMu$ ③ $Mu_n + Mv_n = -mu$
④ $mu_n + Mv_n = mu$ ⑤ $Mu_n + mv_n = -mu$ ⑥ $mu_n - Mv_n = -mu$
⑦ $2mu_n - Mv_n = 2Mu$ ⑧ $Mu_n + 3mv_n = -nm u$ ⑨ $mu_n + Mv_n = -mu$

c に対する選択肢

- ① eu ② $-eu$ ③ $e^{n-1}u$ ④ $-e^{n-1}u$ ⑤ $(-e)^{n-1}u$
⑥ $(eu)^{n-1}$ ⑦ $-e^n u$ ⑧ $(-e)^n u$ ⑨ $(-eu)^n$ ⑩ $3(-e)^n u$
⑪ $7(-eu)^{n-2}$ ⑫ $n(-eu)^{n-3}$

6 [2016 中央大]

次の文章の空欄に当てはまる数式を記せ。

図1および図2のように原点 O をとり、位置 A から x 軸の正の向きで角度 45° 上向きの方に、一定の速さ v で質量 m のボールを打ち出す。ボールはその後、原点を通る傾き 45° の斜面上の位置 B でぶつかり、ボールが鉛直上向きにはね上がった場合を考える。ボールと斜面が、図1のように完全弾性衝突する場合と、図2のように非弾性衝突する場合で、初期位置 A の座標を比較してみよう。ボールの大きさおよびボールの空気抵抗を無視し、ボールと斜面の反発係数を e とする。重力加速度の大きさは g とする。必要があれば、三角関数の公式 $\tan(c \pm d) = \frac{\tan c \pm \tan d}{1 \mp \tan c \tan d}$ (複号同順) を利用せよ。

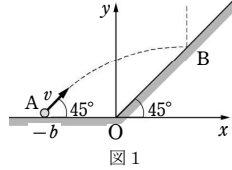


図1

まず図1のように、初期位置 $A(-b, 0)$ からボールを打ち出し、斜面上の位置 $B(x_B, y_B)$ でボールと斜面が完全弾性衝突する場合を考える。位置 B の y 座標 y_B は、 v, g を用いて $y_B = \text{ア}$ と表せる。ボールを打ち出してから位置 B に到達するまでの経過時間 t は v, g を用いて $t = \text{イ}$ である。よって、 b は v, g を用いて $b = \text{ウ}$ と表すことができる。ボールが位置 B で鉛直上向きにはね上がった後、最高点に到達するまでの時間 s は、 v, g を用いて $s = \text{エ}$ と表され、最高点の y 座標は v, g を用いて オ であることがわかる。このことは力学的エネルギー保存則からも確認することができる。以上より、位置 A から位置 B に到達するまでのボールの軌跡は、 v, g, x_B, y_B を用いて放物線 $y = \text{カ} \times (x - x_B)^2 + y_B$ で表される。

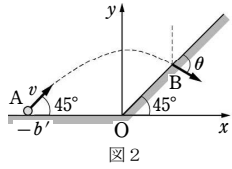


図2

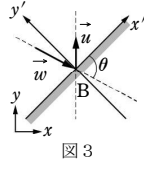


図3

次にボールが斜面と反発係数 e で非弾性衝突する場合を考える。この場合は、図2のように、初期位置 $A(-b', 0)$ からボールを打ち出し、ボールは頂点を通してから位置 $B(x'_B, y'_B)$ で衝突する。図3のように、ボールが位置 B で斜面と衝突する直前の速度を $\vec{w}$ (速さ $w = |\vec{w}|$)、衝突直後の速度を $\vec{u}$ (速さ $u = |\vec{u}|$) として考えてみよう。斜面に平行上向きを x' 軸、斜面に垂直上向きを y' 軸とし、ボールの速度 $\vec{w}$ と x' 軸のなす角を θ とする。ボールの速度 $\vec{w}$ と速度 $\vec{u}$ の y' 成分の関係は w, u, e, θ を使って $w \sin \theta = u \times \text{キ}$ となる。衝突の直前直後でボールの速度の x' 成分は変化しないことを利用すると、 θ と e の関係は $\tan \theta = \text{ク}$ と表すことができる。ボールの描く放物線の頂点から位置 B に到達するまでの経過時間 T を使うと、位置 B で斜面と衝突する直前のボールの速度 $\vec{w}$ の y 成分は $-gT$ と書ける。ボールの速度 $\vec{w}$ と x 軸のなす角が $\theta - 45^\circ$ であることに注意すると、経過時間 T は v, e, g を用いて $T = \text{ケ}$ となる。よって、衝突位置 B の y 座標 y'_B は v, e, g を用いて $y'_B = \text{コ}$ と表すことができる。ボールが位置 A から位置 B へ到達する時間を利用すると b' が求まり、 v, e, g を用いて $b' = \text{サ}$ であることがわかる。以上より、初期位置 A および衝突位置 B は任意の位置ではなく打ち出しの速さ v および反発係数 e によって決定されており、反発係数 e に応じて初期位置 A を調整する必要があることがわかる。

7 [2015 学習院大]

図1のように、水平面 AB と斜面 BC がなめらかにつながっている。斜面は C で終わりその先は AB と同じ高さの水平面 DE となっている。斜面の高さは h であり、水平面と斜面には摩擦はないものとする。重力加速度の大きさを g とする。

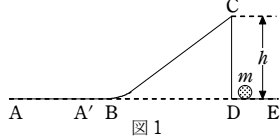


図1

水平面 DE にある質量 m の小球を斜面をこえて水平面 AB に移動させることを考える。

- (1) 小球を斜面の頂上 C まで持ち上げるために必要な仕事 W を求めよ。
(2) 斜面の頂上から小球を斜面にそって静かにすべらせた。水平面 AB 上の A' での小球の速さ v_1 を求めよ。

次に、ばねを使って水平面 AB にある小球を水平面 DE にもどすことを考える。図2のように、ばね定数 k のばねの左端を水平面 AB に固定する。ばねの右端に小球を接触させ、ばねを自然の長さから縮めてから静かに手をはなして小球を打ち出す。

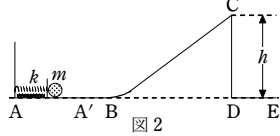


図2

- (3) ばねを自然の長さから x だけ縮めて打ち出したとき、 A' での小球の速さ v_2 を m, k, x で表せ。
(4) ばねを x_2 だけ縮めて打ち出すと、小球が斜面の頂上 C に達したときの速さがちょうど0になった。 x_2 を g, m, k, h で表せ。
(5) 実際にばね定数 20 N/m のばねを使って、質量 $9 \times 10^{-4} \text{ kg}$ の小球を 1 m の高さの斜面をこえさせるためにはばねをどれだけ縮める必要があるか。重力加速度の大きさを 10 m/s^2 として計算せよ。

8 [2015 関西学院大]

図1のような、水平となす角が θ のなめらかな斜面となめらかな鉛直面からなる質量 M の台 A を考え、その斜面上に質量 m の小物体 B を置く。この小物体 B に軽くて伸びない糸の一端をつなぎ、それをこの斜面の上端に固定された軽くてなめらかなに回る滑車に通し、そのもう一方の端に質量 m の小物体 C をつないで、小物体 C を滑車から鉛直につり下げたとき台 A の鉛直面に接するようにする。小物体 B と滑車の間の糸は斜面に平行に保たれ、さらに、小物体 B と C はいずれも台 A の上端または下端に達しないとし、また、重力加速度の大きさを g とおく。空気の影響はないものとして、次の問いに答えよ。

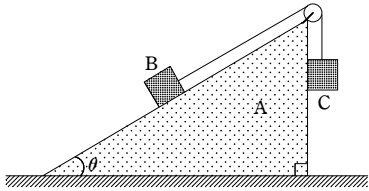


図1

- [A] 図1のように、台 A を水平面上に固定し、小物体 B を斜面上に止めた状態から静かにはなすと、小物体 B と C は動き始めた。このとき、次の問いに答えよ。
- (1) 小物体 C は上昇するか、下降するか。
 - (2) 小物体 C の加速度の大きさを求めよ。
 - (3) 糸が小物体 B を引く力の大きさを求めよ。
 - (4) 糸が滑車を通して台 A を押す力の水平方向の成分の大きさを求めよ。

- [B] 図2のように、台 A をなめらかな水平面上に置き、それを水平に一定の力で引くことにより等加速度運動させると、小物体 B が斜面上のある位置に止まったままになった。このとき、次の問いに答えよ。
- (1) 台 A を引く力の向きは、図2の矢印 P と Q のいずれの向きか。
 - (2) 台 A の加速度の大きさを求めよ。
 - (3) 小物体 B が台 A から受ける抗力の大きさを求めよ。
 - (4) 台 A を引く力の大きさを求めよ。

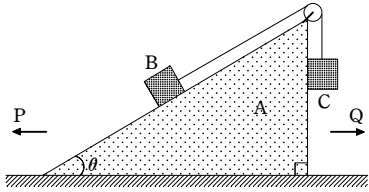


図2

- [C] 台 A がなめらかな水平面上を自由に動くことができるようにする。さらに、図3のように、小物体 C の右側になめらかな鉛直の壁 D を台 A に固定し、小物体 C が台 A の鉛直面に接しながら台 A に対し上下にのみなめらかに動くようにする。この状況で、小物体 B をその斜面上で動かないように支え、かつ、台 A を水平面上で動かないように支える。この状態から、台 A と小物体 B の支えを同時に静かに外すと、台 A および小物体 B と C は動き始めた。台 A に取りつけた壁 D からなる部分の質量はないものとして、次の問いに答えよ。
- (1) 台 A の加速度の大きさを a_A 、また、台 A に対して静止した(台 A とともに動く)観測者から見たときに、小物体 C が鉛直方向に動く加速度の大きさを a_C とすると、加速度の大きさの比 $\frac{a_C}{a_A}$ を M, m, θ を用いて表せ。
 - (2) a_C を M, m, g, θ を用いて表せ。

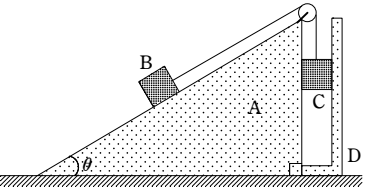


図3

9 [2015 学習院大]

大きさの無視できる質量 m の球 A と質量 M の球 B がある。球 A を球 B に衝突させた際の運動について考える。2つの球は常に xy 平面内にあるとする。

図1のように、静止している B に、 x 軸にそって速さ V で A を衝突させた。衝突後の A と B の運動方向と x 軸のなす角の大きさは、図2のようにそれぞれ α と β であった($0 < \alpha < 90^\circ, 0 < \beta < 90^\circ$)。次の問いに答えよ。

衝突後の A の速さを V_A 、衝突後の B の速さを V_B とする。 A と B の衝突は必ずしも弾性衝突とは限らない。

- (1) 衝突後の A と B の運動量の y 軸方向成分はそれぞれいくらか。この結果を用いて V_B を m, M, α, β, V_A で表せ。
- (2) xy 平面内で衝突後の B の速度に垂直な方向に y' 軸をとる。 A の衝突前の運動量の

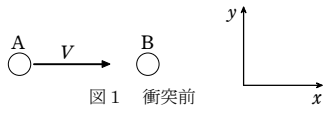


図1 衝突前

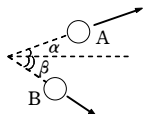


図2 衝突後

- y' 軸方向の成分を m, β, V で表せ。
- (3) A の衝突後の運動量の y' 軸方向の成分を m, α, β, V_A で表せ。
 - (4) V_A を α, β, V で表せ。
 - (5) (1)と(4)の結果を用いて V_B を m, M, α, β, V で表せ。
 - (6) 衝突後の A と B の運動エネルギーはそれぞれいくらか。 m, M, α, β, V で表せ。以下、 A と B は弾性衝突をしたとする。
 - (7) $\frac{m}{M}$ を α と β だけで表せ。
 - (8) $\alpha + \beta = 90^\circ$ になる $\frac{m}{M}$ を求めよ。

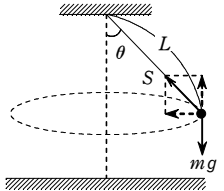
10 [2015 法政大]

次の文の□□に入れるべき数式または数値を記せ。

ただし、重力加速度の大きさを g とする。

図に示すように、軽い糸の一端に質量 m の小さなおもりをつけて長さ L の振り子にし、おもりを水平面で等速円運動させた円錐振り子を考える。このときの糸が鉛直線となす角を θ とする。おもりには糸の張力 S と重力 mg がはたらいており、この2力の鉛直方向の成分はつりあっているから、□□ $=mg$ が成り立つ。また、張力の水平方向の成分□□は円の中心を向いていて、おもりが等速円運動をするための向心力になっている。これより等速円運動の運動方程式は、円運動の半径を r 、角速度を ω として、 $m r \omega^2 = (\square)$ となる。角速度 ω を L, g, θ を用いて表すと $\omega = \square$ となるから、等速円運動の周期 T は L, g, θ を用いて $T = \square$ と表される。また、おもりの速さを g, θ, T で表すと□□である。

次に、この長さ L の振り子の糸の上端を地上からの高さ $1.5L$ の位置に固定し、おもりを $\theta = 60^\circ$ で等速円運動させた状態を考える。振り子の糸が途中で突然切れたとすると、おもりは放物運動を行い時間 t 後に地面に落下する。 t と、この振り子の周期 T_1 の関係は $t = \square$ である。糸が切れた瞬間から地面に落ちるまでの水平方向の飛距離を T_1 を用いて表すと、飛距離は T_1 の□□乗に比例する。また、 L を用いてこの水平方向の飛距離を表すと□□である。



11 [2015 立教大]

次の文を読み、次の問いに答えよ。ただし、万有引力定数を G とする。

地球(質量 M 、半径 R)を周回する人工衛星(質量 m)の運動を考える。空気抵抗はないものとする。初め、半径 R_0 の等速円運動をしていたとする、このときの人工衛星の速さは $v_0 = \text{ア}$ である。また、無限遠を基準にした万有引力による位置エネルギーを U とすると、人工衛星の運動エネルギーは イ である。

図のように、点 A で質量 αm ($0 < \alpha < 1$) をもつ小物体を人工衛星から射出したところ、その小物体は初速度 0 で直線 AO にそって地球に落下した。このとき小物体射出直後の人工衛星の速さは $v_1 = \text{ウ}$ である。小物体の射出後、人工衛星は近地点距離 R_0 、遠地点距離 R_1 のだ円軌道に入った。ここで、 $\beta = \frac{R_0}{R_1}$ と定義すると、 β は α のみの関数となり、 $\beta = \text{エ}$ である。ただし、だ円軌道が実現するためには、 $\alpha < \text{オ}$ の条件を満たして人工衛星の力学的エネルギーが負の値をとる必要がある。

次に、地球を周回する人工衛星(質量 m)の運動について、大気(密度 ρ)の影響を考える。この人工衛星は、速さ v のとき速度ベクトルと反対の向きに $\rho v^2 S$ の大きさの空気抵抗による力を受ける。ここで S は空力面積とよばれ、空気抵抗に対する人工衛星の実効的な面積を表す。大気密度はここで考える高度の範囲では一定であるとする。抗力は地球からの引力に比べて十分に小さく、人工衛星が周回を重ねるごとに徐々に高度を下げる場合を考える。なお、任意の1周回において、人工衛星は等速円運動をしているとみなしてよい。1周回の間に人工衛星が大気にする仕事の大きさは あ であり、これは人工衛星の高度にかかわらず一定である。半径 r_0 で周回していた人工衛星が、その n 周後に軌道半径 r_n (ただし $r_n > R$) まで落ちてきた。 n, S, ρ, m, r_0 のうち必要な量を用いて r_n を表すと、 $r_n = \text{い}$ となる。

(1) 文中の空所 $\text{ア} \sim \text{オ}$ にあてはまる数式または数値として最も適当なものを、それぞれ対応する ①～⑥ から1つずつ選べ。

- ア ① $\sqrt{\frac{GM}{R_0}}$ ② $\sqrt{\frac{2GM}{R_0}}$ ③ $\sqrt{\frac{Gm}{R_0}}$ ④ $\sqrt{\frac{2Gm}{R_0}}$
⑤ $\sqrt{\frac{Gm}{R_0 - R}}$ ⑥ $\sqrt{\frac{GM}{R_0 - R}}$
- イ ① $\frac{U}{2}$ ② $-\frac{U}{2}$ ③ U ④ $-U$ ⑤ $2U$ ⑥ $-2U$
- ウ ① $(1 + \alpha)v_0$ ② $\frac{v_0}{1 - \alpha^2}$ ③ $\frac{v_0}{1 + \alpha}$ ④ $\frac{v_0}{1 - \alpha}$
⑤ $\frac{(1 + \alpha)v_0}{1 - \alpha}$ ⑥ $\frac{v_0}{(1 - \alpha)^2}$
- エ ① $2\alpha^2 + 1$ ② $3\alpha^2 + 1$ ③ $3\alpha^2 - \alpha + 1$ ④ $2\alpha^2 - 4\alpha + 1$
⑤ $\alpha^2 - 4\alpha + 1$ ⑥ $\alpha^2 - \alpha + 1$
- オ ① 1 ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$
⑥ $1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$

(2) 文中の空所 $\text{あ} \cdot \text{い}$ それぞれにあてはまる数式を書け。

12 [2015 明治大]

次の文中の $\text{ア} \sim \text{キ}$ に最も適するものをそれぞれの解答群から1つ選べ。

薄い板でできた質量 m [kg]、底面積 S [m²] の十分に長い円筒形の容器がある。この円筒容器に深さ d [m] まで密度 ρ [kg/m³] の液体を入れ、密度 ρ_w [kg/m³] の水が入った水槽に浮かべた。すると図1のように、水面下に沈んでいる部分の深さが x_0 [m] ($x_0 > d$) となると円筒容器は静止した。

円筒容器は水槽中を鉛直方向にのみ運動するものとし、運動に際して容器が水から受ける抵抗はないものとする。円筒容器内の液体は、液面が乱れることなく客器と一体となって運動する。また、容器が水槽中を運動しても水面の高さの変化や乱れはないものとする。重力加速度の大きさは g [m/s²] である。

容器にはたらく浮力の大きさは容器が排除した水の重さに等しい。図1において、円筒容器と容器内の液体を1つの物体とみなせば、静止したこの物体にはたらく鉛直方向の力のつりあいの式は ア である。円筒容器が静止した図1の状態から、図2のように、

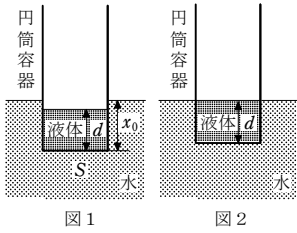


図1

図2

円筒容器内の液面と水槽内の水面が一致する位置まで容器を持ち上げて、静かに手をはなした。円筒容器の水面下に沈んでいる部分の深さが x [m] になったとき、容器と容器内の液体を1つの物体とみなせば、この物体にはたらく浮力と重力の合力は下向きを正として イ [N] である。容器と容器内の液体は一体となって単振動し、 x は x_0 を中心に周期的に変化した。円筒容器が最も沈みこんだときの深さは $x = \text{ウ}$ [m] であり、一体となった容器と容器内の液体の最大の速さは エ [m/s] である。また、この振動の周期を ρ と ρ_w を含む式で表すと、 $T = \text{オ}$ [s] である。

次に、円筒容器に入れる液体の量を変えて単振動の周期 T を測定し、容器に入れた液体の密度 ρ [kg/m³] と容器の質量 m [kg] を求めてみよう。円筒容器に入れた液体の深さが $d = d_1$ [m] のとき周期は $T = T_1$ [s] であり、深さが $d = d_2$ [m] のとき周期は $T = T_2$ [s] であったとする。ただし、 $d_2 > d_1$ である。このとき、液体の密度と水の密度の比を d_1, d_2, T_1, T_2, g を用いて表すと、 $\frac{\rho}{\rho_w} = \text{カ}$ となる。また、円筒容器の質量を $d_1, d_2, T_1, T_2, g, S, \rho_w$ を用いて表すと、 $m = \text{キ}$ [kg] となる。

ア の解答群

- ① $mg - \rho_w S x_0 g = 0$ ② $mg - \rho_w S d g = 0$
③ $mg + \rho S d g - \rho_w S x_0 g = 0$ ④ $mg + \rho S x_0 g - \rho_w S d g = 0$
⑤ $mg - \rho S x_0 g = 0$ ⑥ $mg - \rho S d g = 0$
⑦ $mg + \rho_w S d g - \rho S x_0 g = 0$ ⑧ $mg + \rho_w S x_0 g - \rho S d g = 0$

イ の解答群

- ① $-\rho_w S g(x - x_0)$ ② $-\rho_w S g(x - d)$ ③ $\rho_w S g(x - x_0)$
④ $\rho_w S g(x - d)$ ⑤ $-\rho S g(x - x_0)$ ⑥ $-\rho S g(x - d)$
⑦ $\rho S g(x - x_0)$ ⑧ $\rho S g(x - d)$

ウ の解答群

- ① $2x_0 + d$ ② $x_0 + d$ ③ $2d + x_0$ ④ $2x_0$
⑤ $2x_0 - d$ ⑥ $x_0 - d$ ⑦ $2d - x_0$ ⑧ $2d$

エ の解答群

- ① $\sqrt{g(x_0 - d)}$ ② $(x_0 - d)\sqrt{\frac{g}{x_0}}$ ③ $x_0\sqrt{\frac{g}{x_0 - d}}$ ④ $\sqrt{gx_0}$
⑤ $\sqrt{\frac{x_0 - d}{g}}$ ⑥ $(x_0 - d)\sqrt{\frac{x_0}{g}}$ ⑦ $x_0\sqrt{\frac{x_0 - d}{g}}$ ⑧ $\sqrt{\frac{x_0}{g}}$

オ の解答群

- ① $2\pi\sqrt{\frac{\rho_w S g}{m + \rho S d}}$ ② $2\pi\sqrt{\frac{\rho S g}{m + \rho_w S d}}$ ③ $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\rho_w S g}{m + \rho S d}}$
④ $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\rho S g}{m + \rho_w S d}}$ ⑤ $2\pi\sqrt{\frac{m + \rho S d}{\rho_w S g}}$ ⑥ $2\pi\sqrt{\frac{m + \rho_w S d}{\rho S g}}$
⑦ $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m + \rho S d}{\rho_w S g}}$ ⑧ $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m + \rho_w S d}{\rho S g}}$

カ の解答群

- ① $(2\pi)^2 g \frac{\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2}}{d_2 - d_1}$ ② $(2\pi)^2 g \frac{\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}}{d_2 - d_1}$ ③ $\frac{1}{(2\pi)^2 g} \frac{d_2 - d_1}{\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2}}$
④ $\frac{1}{(2\pi)^2 g} \frac{d_2 - d_1}{\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}}$ ⑤ $\frac{(2\pi)^2}{g} \frac{d_2 - d_1}{T_2^2 - T_1^2}$ ⑥ $\frac{(2\pi)^2}{g} \frac{d_2 - d_1}{T_1^2 - T_2^2}$
⑦ $\frac{g}{(2\pi)^2} \frac{T_2^2 - T_1^2}{d_2 - d_1}$ ⑧ $\frac{g}{(2\pi)^2} \frac{T_1^2 - T_2^2}{d_2 - d_1}$

キ の解答群

- ① $(2\pi)^2 g S \rho_w \frac{\frac{d_1}{T_2^2} - \frac{d_2}{T_1^2}}{d_2 - d_1}$ ② $(2\pi)^2 g S \rho_w \frac{\frac{d_2}{T_1^2} - \frac{d_1}{T_2^2}}{d_2 - d_1}$
③ $\frac{1}{(2\pi)^2 g S \rho_w} \frac{d_2 - d_1}{\frac{d_1}{T_2^2} - \frac{d_2}{T_1^2}}$ ④ $\frac{1}{(2\pi)^2 g S \rho_w} \frac{d_2 - d_1}{\frac{d_2}{T_1^2} - \frac{d_1}{T_2^2}}$
⑤ $\frac{(2\pi)^2}{g S \rho_w} \frac{d_2 - d_1}{T_2^2 d_1 - T_1^2 d_2}$ ⑥ $\frac{(2\pi)^2}{g S \rho_w} \frac{d_2 - d_1}{T_1^2 d_2 - T_2^2 d_1}$
⑦ $\frac{g S \rho_w}{(2\pi)^2} \frac{T_2^2 d_1 - T_1^2 d_2}{d_2 - d_1}$ ⑧ $\frac{g S \rho_w}{(2\pi)^2} \frac{T_1^2 d_2 - T_2^2 d_1}{d_2 - d_1}$

[13] [2014 同志社大]

次の文中の空欄「ア」～「サ」に当てはまる式を記せ。また、適切なグラフの概形をかけ。ただし、重力加速度の大きさを g とする。

図1に示すように、質量 m の小球 A がばね定数 k の2本のばねの間に繋がれて、水平な床の上に置かれて静止している。2本のばねは、ともに他端が固定され、自然の長さの状態では直線上にある。このときの A の位置を原点 O として、水平方向右向きに x 軸をとる。床と A の間の静止摩擦係数を μ とし、動摩擦係数を $\mu' (< \mu)$ とする。

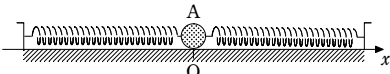


図1

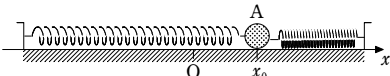


図2

図2のように、小球 A を位置 x_0 まで右向きに変位させて静かに手をはなすと、 A は左向きに動き始め、 $x < 0$ のある点 P_1 で速度が 0 となり、その後運動の向きを右向きに反転し、 $x > 0$ の領域に入る。 A は $x > 0$ のある点 P_2 で速度が 0 となり、その後運動の向きを左向きに反転する。 A の速度が 0 となる点を時間経過の順に表すと P_1, P_2, P_3, P_4 となり、 A は P_4 で速度が 0 となった後、その位置で動かなくなった。

小球 A が位置 x を左向きに運動しているときに A に作用する合力の x 成分は「ア」であり、 A の速度が 0 となる点に達するまでの A の左向きの運動は、 x 軸上の位置 $x =$ 「イ」を振動の中心とする単振動の半周期分の運動である。同様に、 A の右向きの運動は x 軸上の位置 $x =$ 「ウ」を中心とする単振動の半周期分の運動である。 A が最初に原点 O を左向きに通過するときの速さは「エ」であり、最初に運動の向きが反転する P_1 の位置は $x =$ 「オ」である。運動の向きが反転するたびに原点から速度が 0 となる点までの距離は「カ」だけ小さくなる。 A が運動を始めてから P_4 で静止するまでに要する時間は「キ」であり、その間に摩擦力が A に対してした仕事の大きさは「ク」である。速度が 0 となる点で A が静止したまま動かなくなる条件は、原点からその点までの距離が「ケ」より小さくなることになり、 P_4 で初めてこれが満たされたことになる。 T_0 を床と A の間に摩擦がない場合の A の単振動の周期として、図3に A が動き始めてから時間 T_0 だけ経過するまでの、 A の位置の時間変化を表すグラフの概略を実線で、また、各半周期分の振動の中心位置の時間変化を表すグラフの概略を破線でかけ。グラフの横軸は時間、縦軸は x 方向の位置である。

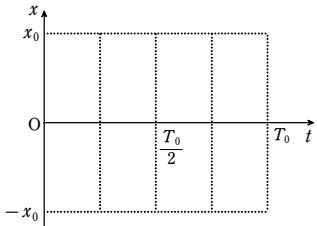


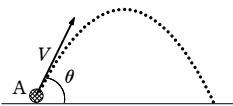
図3

小球 A の最初の位置を x_0 から $x_1 (> x_0)$ に変更して、 n 回目に速度が 0 となる点 P_n で A が静止したまま動かなくなるようにしたい。このとき P_{n-1} で A が止まったままとはならず動くことから、 $x_1 >$ 「コ」である必要がある。これに加えて、 P_n で A が止まったままとなることから、 $x_1 \leq$ 「サ」である必要がある。ばねが短いとこれらの条件は満たされないで、ばねが十分に長いことも必要である。

[14] [2013 関西大]

次の文の「ア」～「カ」に入れるのに最も適当なものを各問の文末の解答群から選べ。ただし、同じものを2回以上用いてもよい。また、重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗や摩擦は無視できるものとする。

- (1) 図に示すように、地上の点 A から小球を速さ V で斜め上方に向けて投げる。水平から角度 θ で小球を投げた場合、小球が最高点に到達するまでにかかる時間は「ア」であり、最高点の地上からの高さは「イ」である。さらに小球は投げてから「ウ」後に、点 A から「エ」離れた地上の地点に落下する。



【解答群】

- | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| [1] $\frac{V \cos \theta}{g}$ | [2] $\frac{V \sin \theta}{g}$ | [3] $\frac{V}{g \cos \theta}$ | [4] $\frac{V}{g \sin \theta}$ |
| [5] $\frac{2V \cos \theta}{g}$ | [6] $\frac{2V \sin \theta}{g}$ | [7] $\frac{V}{2g \cos \theta}$ | [8] $\frac{V}{2g \sin \theta}$ |
| [9] $\frac{V^2 \cos^2 \theta}{g}$ | [10] $\frac{V^2 \cos^2 \theta}{2g}$ | [11] $\frac{V^2 \cos^2 \theta}{4g}$ | [12] $\frac{V^2 \sin^2 \theta}{g}$ |
| [13] $\frac{V^2 \sin^2 \theta}{2g}$ | [14] $\frac{V^2 \sin^2 \theta}{4g}$ | [15] $\frac{V^2 \cos \theta}{g}$ | [16] $\frac{V^2 \sin \theta}{g}$ |
| [17] $\frac{V^2 \cos \theta}{2g}$ | [18] $\frac{V^2 \sin \theta}{2g}$ | [19] $\frac{2V^2 \cos \theta}{g}$ | [20] $\frac{2V^2 \sin \theta}{g}$ |

- | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| [21] $\frac{V^2 \cos 2\theta}{g}$ | [22] $\frac{V^2 \sin 2\theta}{g}$ | [23] $\frac{V^2 \cos 2\theta}{2g}$ | [24] $\frac{V^2 \sin 2\theta}{2g}$ |
| [25] $\frac{2V^2 \cos 2\theta}{g}$ | [26] $\frac{2V^2 \sin 2\theta}{g}$ | | |

- (2) 次に、投げる角度を変えて小球の到達距離をできるだけ伸ばすことを考えよう。到達距離は「エ」で与えられるので、 $\theta =$ 「オ」のときに到達距離は最大値に達する。そこで、初速が 49 m/s の場合には、 g を 9.8 m/s^2 として計算すると、最大到達距離は「カ」 m である。

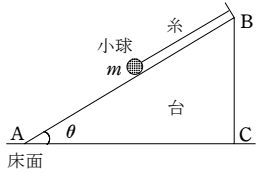
【解答群】

- | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|------------|
| [1] 30° | [2] 45° | [3] 60° | [4] 75° | [5] 212 |
| [6] 245 | [7] 265 | [8] 299 | [9] 345 | [10] 424 |

[15] [2013 関西大]

次の文の「ア」～「キ」に入れるのに最も適当なものを文末の解答群から選べ。ただし、同じものを2回以上用いてもよい。また、重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗は無視できるものとする。

図のように、水平な床面上に傾角 (水平からの角) θ のなめらかな斜面 AB をもつ台を置く。伸び縮みしない軽い糸の一端に質量 m の小球をつけ、糸の他端を台の上端 B につないで、小球を台の斜面にのせた。



まず、台を水平左向き ($C \rightarrow A$ の向き) に大きさ a の加速度で運動させる。このとき、台とともに運動する観測者から見ると、小球には「ア」の向きに大きさ ma の慣性力がはたらく。

台の加速度の大きさ a が小さい場合、小球は台に対して静止している。この場合、小球が斜面から受ける垂直抗力の大きさは $m \times$ 「イ」で、糸の張力の大きさは $m \times$ 「ウ」である。ここで、台の加速度の大きさ a を大きくしていくと、 a がある値 a_1 をこえたときに小球は斜面にそって上昇を始めた。この値 a_1 は、 $a_1 =$ 「エ」である。また、 $a > a_1$ の場合に、台に対する斜面にそった小球の加速度の大きさは「オ」である。ただし、たるとんだ糸が小球の運動を妨げることはなく、斜面は十分に長いものとする。

次に、台を水平右向き ($A \rightarrow C$ の向き) に大きさ a の加速度で運動させる。台の加速度の大きさ a を大きくしていくと、 a がある値 a_2 をこえたときに小球は斜面から離れた。この値 a_2 は、 $a_2 =$ 「カ」である。また、 $a > a_2$ の一定の加速度で台を水平右向きに運動させ続けたとき、小球が斜面から離れていて、台に対して静止している状態で糸が切れた。その後に斜面または床面に落下するまでの小球の運動は、台とともに一定の大きさ a の加速度で運動する観測者から見ると「キ」運動である。ただし、糸が切れた後も台は一定の大きさ a の加速度で運動し続けるものとする。

【解答群】

- | | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|------------------------|
| [1] g | [2] $\frac{1}{2}g$ | [3] $\frac{\sqrt{3}}{2}g$ | |
| [4] $g \sin \theta$ | [5] $g \cos \theta$ | [6] $g \tan \theta$ | |
| [7] $\frac{g}{\sin \theta}$ | [8] $\frac{g}{\cos \theta}$ | [9] $\frac{g}{\tan \theta}$ | |
| [10] $(g+a) \sin \theta$ | [11] $(g-a) \sin \theta$ | [12] $(a-g) \sin \theta$ | |
| [13] $(g+a) \cos \theta$ | [14] $(g-a) \cos \theta$ | [15] $(a-g) \cos \theta$ | |
| [16] $g \sin \theta + a \cos \theta$ | [17] $g \cos \theta + a \sin \theta$ | [18] $g \sin \theta - a \cos \theta$ | |
| [19] $g \cos \theta - a \sin \theta$ | [20] $a \cos \theta - g \sin \theta$ | [21] $a \sin \theta - g \cos \theta$ | |
| [22] $A \rightarrow B$ | [23] $B \rightarrow A$ | [24] $A \rightarrow C$ | [25] $C \rightarrow A$ |
| [26] 等加速度直線 | | [27] 等速直線 | |
| [28] 水平右向きに投げ出された放物 | | [29] 水平左向きに投げ出された放物 | |

16 [物理重要問題集2017 法政大]

質量 m の小球 M と、厚さが一様でなめらかな平面をもつ板 A を用意する。小球 M と板 A の間の反発係数は $\frac{1}{3}$ であり、重力加速度の大きさを g とする。

図 1 に示すように、板 A を水平な床に固定されている傾斜角 θ の三角台 B の上面に装着した。上方から小球 M を自由落下させ、斜面の点 P に速さ v で衝突させたところ、小球は水平方向にはね返され、点 Q で再び斜面に衝突した。

(1) 傾斜角 θ の値を $\pi \text{ rad}$ を用いて表せ。

(1) で求めた θ の値を用いて、(2)～(4) の問いに答えよ。

(2) 点 P での衝突直後の小球の速さは v の何倍か。

(3) 小球が点 P に衝突後、点 Q で再び斜面と衝突するまでの時間を g, v を用いて表せ。

(4) 点 P と点 Q の斜面上の距離を g, v を用いて表せ。

図 2 に示すように、板 A をなめらかで水平な床面を自由に動けるようにした傾斜角 $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ の三角台 C の上面に

装着した。板と三角台を合わせた質量は $2m$ であった。上方から小球 M を自由落下させ、斜面の点 R に速さ v で衝突させたところ、小球は左方向にはね返され、同時に三角台は床の上を右方向に速さ V_0 で動きだした。

(5) 点 R での衝突直後の小球が、斜面に沿った左下方向にもつ速度成分を v を用いて表せ。

(6) 点 R での衝突直後の小球が、斜面に垂直な左上方向にもつ速度成分を v, V_0 を用いて表せ。

(7) 三角台と床面の摩擦は無視できるので、小球と三角台との衝突の前後で水平方向の運動量は保存される。これにより、三角台の速さ V_0 を v を用いて表せ。

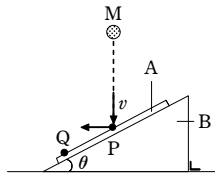


図 1

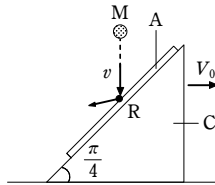


図 2

17 [2012 学習院大]

水平な地面から質量 m の小球を打ち出した際の運動について考える。重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗、小球の大きさは無視せよ。

図 1 のように、地面の上の点 S から、水平面に対して 45 度の角度をつけ速さ v_0 で小球を打ち出した ($v_0 > 0$ である)。

(1) 小球の初速度の水平方向成分、鉛直方向成分はいくらか。

(2) 小球が最高点に達するまでの時間を v_0, g で表せ。

(3) 小球が最高点に達するときの地面からの高さ H_0 を v_0, g で表せ。

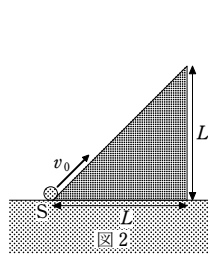
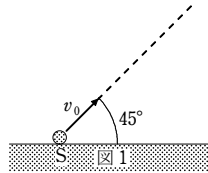
(4) 小球が地面に落下する位置と点 S との距離 D_0 を v_0, g で表せ。

次に、図 2 のように、水平方向の長さ L 、高さ L の斜面を地面の上に固定し、斜面の下端の点 S から、小球を速さ v_0 で斜面にそって打ち出した。斜面と小球の摩擦は無視できる。以下では、小球が斜面上端から飛び出す場合について考える。

(5) 小球が斜面上端から飛び出すために v_0 が満たすべき条件を求めよ。また、小球が斜面から飛び出すときの速さ v_1 を v_0, L, g で表せ。

(6) 小球が最高点に達するときの地面からの高さ H を v_0, L, g で表せ。(3) で求めた H_0 との大小を比較せよ。

(7) 小球が地面に落下する位置と点 S との距離 D を v_0, L, g で表せ。(4) で求めた D_0 との大小を比較せよ。



18 [2012 関西大]

次の文の $\boxed{a} \sim \boxed{e}$ に入れるのに最も適当な数、式を記入せよ。また、 $\boxed{ア} \sim \boxed{オ}$ に入れるのに最も適当なものを各問いの文末の解答群から選べ。なお、重力加速度の大きさを g とする。

(1) 図 1 に示すように、太さが一様で長さが $4l$ の均質な質量 m の棒となめらかに回転する軽い動滑車、伸び縮みしない軽いひもを使って質量 M の荷物を持ち上げた。なお、動滑車をつり下げているひもの方向は鉛直とする。

棒と荷物がつりあった状態を考えると、滑車にかかるひもの張力の大きさ F は、ひもが天井や棒の端 B を

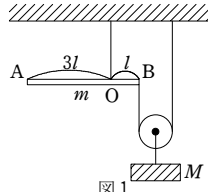


図 1

引っ張る力の大きさ $\boxed{ア}$ 。逆に、ひもは天井や棒の

端 B から同じ大きさの力で引っ張られており、荷物には上向きに大きさ $\boxed{イ} \times F$ の力がはたらく。したがって、 $F = \boxed{a}$ となる。また、棒がつるされている点 O のまわりで、ひもの張力のモーメントと棒にはたらく重力のモーメントがつりあう条件は $F \times l = \boxed{b}$ であるから、 $m = \boxed{ウ} \times M$ となる。 m がこれよりも大きければ荷物を持ち上げることができる。

[解答群]

① より大きい ② と等しい ③ より小さい

④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$ ⑥ 1 ⑦ 2 ⑧ 3

(2) 図 2 に示すように、ばね定数がそれぞれ k と $2k$ で同じ長さの軽い 2 本のばねを天井から静かにつるし、両方のばねの下端 A と B に、太さが一様で均質な質量 m の棒を水平につり下げたい。そのためには A と B の位置をどこにとればよいか考えよう。なお、2 本のばねは鉛直方向を保つものとする。

棒にはたらく重力によって、ばね定数が k および $2k$ のばねに生じる弾性力の大きさをそれぞれ F_1 および

F_2 とすれば、それぞれのばねの伸びは $\boxed{c}$ と $\boxed{d}$ となる。棒が水平になるためには両方のばねの伸びが等しくなければならないので、 $F_1 = \boxed{エ} \times F_2$ となる。

また、棒の重心 G のまわりの力のモーメントもつりあっていないといけないので、重心 G から A, B までの距離をそれぞれ a, b とすると、 G のまわりの力のモーメントのつりあい条件は $F_1 \times a = \boxed{e}$ で表され、 $a = \boxed{オ} \times b$ となる。

[解答群]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

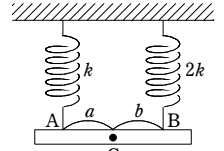


図 2

19 [2012 中央大]

おおひぬ座のシリウスとよばれる恒星は、シリウス A という主星とシリウス B という伴星とからなる連星である。

シリウス A の質量を m_A 、シリウス B の質量を m_B とし、この 2 つの星の重心を O とする ($m_A > m_B$ である)。

以下では、図に示したように、シリウス A は重心 O を中心とする半径 r_A の円周上を等速円運動し、シリウス B は重心 O を中心とする半径 r_B の円周上を等速円運動しているものとしよう。これら 2 つの円軌道は 1 つの平面 (公転面) 上にあり、図のように、シリウス A の中心点、重心 O 、シリウス B の中心点は常に一直線上に並んでいる。

2 つの星の角速度は等しく、これを ω と書くことにする。

(1) 以下の空欄に適した数式を答えよ。

万有引力定数を G とすると、シリウス A と B の間にはたらく引力の大きさは、 G, m_A, m_B, r_A, r_B を用いて表すと、 $\boxed{ア}$ である。また、シリウス A の加速度の大きさは r_A と ω を用いて表すと、 $\boxed{イ}$ であり、シリウス B の加速度の大きさは r_B と ω を用いて表すと、 $\boxed{ウ}$ である。したがって、運動方程式は

$$m_A \boxed{イ} = \boxed{ア} \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$$m_B \boxed{ウ} = \boxed{ア} \quad \cdots \cdots \text{②}$$

となる。

(2) シリウス A と B の総質量 $m_A + m_B$ を M 、星間距離 $r_A + r_B$ を a 、また、この連星の重心のまわりの公転周期を T とする。 M を a, G, T を用いて表す式を導け。

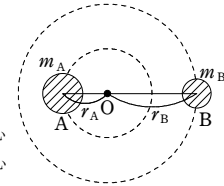
(3) 地球の公転軌道の半長軸を 1 天文単位という。これは約 $1.50 \times 10^{11} \text{ m}$ である。 a は約 2.00×10^1 天文単位であることが知られている。これは何 m であるか答えよ。計算は 3 桁で実行し、有効数字 2 桁で答えよ。

(4) T は約 5.01×10^1 年である。これは何 s であるか答えよ。計算は 3 桁で実行し、有効数字 2 桁で答えよ。

(5) 太陽の質量は約 $2.00 \times 10^{30} \text{ kg}$ である。(2) で導いた式に、上の a と T の値を代入して、 M は太陽の質量の何倍であるか計算せよ。ただし、 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ である。また、必要な場合は、円周率 $\pi = 3.14$ であることを用いてよい。計算は 2 桁で実行し、有効数字 1 桁で答えよ。

(6) シリウス A と B の軌道半径の比を $R = \frac{r_A}{r_B}$ とする。この値がわかれば、シリウス A とシリウス B それぞれの質量を求めることができる。 m_A と m_B を、それぞれ M と R を用いて表せ。観測データより、シリウス A とシリウス B の実際の質量比は約 $2:1$ であることがわかっている。

物理を応用すると、このように、遠い星々の質量を計算することもできるのである。



20 [2012 関西大]

次の文の空欄に入れるのに最も適当なものを解答群から選べ。ただし、同じものを2回以上用いてもよい。また、重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗は無視できるものとする。

図1のように、長さ l の軽い伸び縮みしない糸につり下げられ、点 O で静止した質量 m_1 の物体 A に、水平方向から質量 m_2 の物体 B が速度 v で衝突した。そして衝突後、物体 A と B は合体して速度 $\squareア$ で動き始めた。合体した物体を AB とよぶ。衝突により失われた力学的エネルギーは $\squareイ$ となる。衝突後、物体 AB は糸がたるまない状態で点 O から最高の高さ $h = \squareウ$ に達した。ただし、 $h < l$ とする。物体 AB が h の高さまで上がったとき、糸にはたらく張力の大きさを m_1, m_2, g, l, h で表すと $\squareエ$ となる。

物体 AB は h の高さまで上がった後単振り子の運動を始めるが、高さ h が微小である場合について、この振動の周期を求めてみよう。

図2に示すように、物体 AB の運動方向となる半径 l の円周にそって点 O からの変位を s (右向きを正) とし、そのときの振れの角度を θ とする。物体 AB に作用する s 方向の力は m_1, m_2, g, θ を使って表すと $\squareオ$ となる。 h が微小だから θ および s が微小になるので、この力を m_1, m_2, g, s, l を使って表すと $\squareカ$ となる。この力はばね定数 $\squareキ$ のばねの復元力と考えることができる。一般に、ばね定数 k のばねにつながれた質量 m のおもりの単振動では、振動の周期は $\squareク$ となる。したがって、図2のような単振り子の運動については、振動の周期は $\squareケ$ となる。

[解答群]

- [1] $\sqrt{\frac{k}{m}}$ [2] $\sqrt{\frac{m}{k}}$ [3] $2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ [4] $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
- [5] $\sqrt{gl}$ [6] $\sqrt{\frac{l}{g}}$ [7] $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ [8] $2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$
- [9] $(m_1+m_2)g$ [10] $(m_1+m_2)gl$ [11] $(m_1+m_2)\frac{g}{l}$
- [12] $(m_1+m_2)g\frac{l}{l+h}$ [13] $(m_1+m_2)g\frac{l}{l-h}$ [14] $(m_1+m_2)g\frac{l-h}{l}$
- [15] $-(m_1+m_2)g\frac{s}{l}$ [16] $-(m_1+m_2)g\frac{s}{l+s}$ [17] $-(m_1+m_2)g\frac{l-s}{l}$
- [18] $-(m_1+m_2)g\cos\theta$ [19] $-(m_1+m_2)g\sin\theta$
- [20] $-(m_1+m_2)g(1-\cos\theta)$ [21] $\frac{m_1v}{m_1+m_2}$ [22] $\frac{m_2v}{m_1+m_2}$
- [23] $\frac{m_1m_2v^2}{4(m_1+m_2)}$ [24] $\frac{m_1m_2v^2}{2(m_1+m_2)}$ [25] $\frac{m_1m_2v^2}{m_1+m_2}$ [26] $\frac{1}{2g}\left(\frac{m_2v}{m_1+m_2}\right)^2$
- [27] $\frac{1}{g}\left(\frac{m_1v}{m_1+m_2}\right)^2$ [28] $\frac{2}{g}\frac{m_1m_2v^2}{(m_1+m_2)^2}$

21 [2012 立命館大]

次の文章を読み、 $\squareア \sim \squareケ$ に適切な数式または数値を記入せよ。また、 $\square a$ には選択肢より適切なものを選べ。ただし、重力加速度の大きさは g とし、空気抵抗や小球の大きさは無視できるものとする。

(1) 図1のように、質量 m の小球 A が、ばね定数 k の軽いつる巻きばねで天井からつるされている。つりあいの位置では、ばねの自然の長さからの伸びは $\squareア$ である。この小球 A をつりあいの位置から鉛直上向きに、高さ h だけ持ち上げ、静かにはなす。落下した小球 A が、つりあいの位置を通過するときの速度の大きさは $\squareイ$ である。また、ばねの伸びが最大となるとき小球 A の速度の大きさは $\squareウ$ であり、そのときのつりあいの位置からの距離は $\squareエ$ である。その後、小球 A はつりあいの位置を中心として単振動するが、その周期は $\squareオ$ である。

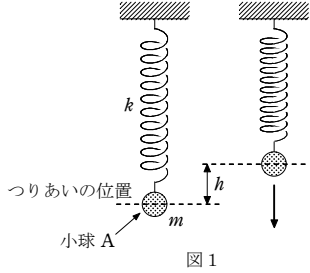


図1

(2) 図2のように、質量 m の小球 B が軽いゴムひもで天井からつるされている。天井から小球 B までの距離が、ゴムひもの自然の長さよりも長いとき、ゴムひもの伸びに比例して力がはたらく。このときの比例定数を k とする。一方、ゴムひもがたるんでいるとき、ゴムひもからの力のはたらかない。ただし、ゴムひもは、からまったりねじれたりしないものとし、小球は鉛直方向にのみ運動するものとする。

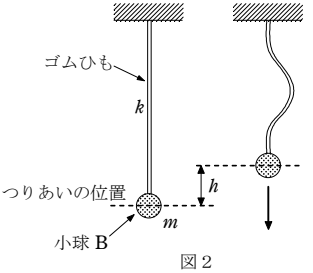


図2

小球 B をつりあいの位置から鉛直上向きに、高さ h だけ持ち上げたとき、ゴムひもはたるんでいた。この位置から小球 B を静かにはなすと、落下した小球 B が、つりあいの位置を通過するときの速度の大きさは $\squareカ$ である。また、ゴムひもの伸びが最大となるときつりあいの位置からの距離は $\squareキ$ である。ゴムひもの伸びが最大となった後、小球 B は鉛直上向きに運動し、つりあいの位置から $\squareク$ の高さまで達する。その後、小球 B は鉛直方向に周期的に運動するが、その周期は(オ)に比べて $\square a$ 。

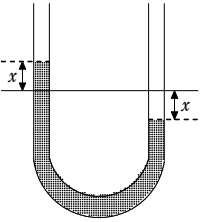
(3) (1) のつる巻きばねも (2) のゴムひもも、つりあいの位置における自然の長さからの伸びは同じになる。この伸びを x_0 、落下した小球 A と小球 B がつりあいの位置を通過するときの速度の大きさをそれぞれ v_A, v_B とすると、 $h = 2x_0$ であった場合、

- $\frac{v_B}{v_A} = \squareケ$ となる。
- $\square a$ の選択肢
- ① 長い ② 等しい ③ 短い

22 [2012 法政大]

一様な断面積 A の鉛直に固定された細い U 字管内に液体が入っている。この液体が一体となって管内を往復し、両端の液面が上下する運動を考える。管内での液体の長さは L 、密度は ρ である。重力加速度の大きさを g とし、管と液体との摩擦は無視できるものとする。

- (1) この液体の質量を求めよ。
- 図に示すように、左右の液面が等しい高さにある平衡状態から一方の液面が x だけ下がると、他方の液面は x だけ押し上げられる。このとき、液体には左右の液面が等しい高さにある平衡状態に戻そうとする復元力がはたらく。
- (2) この復元力の大きさを求めよ。



- 復元力の大きさは液面の平衡状態からの変位 x に比例するので、この液面が上下する運動は、U 字管内の液体と等しい質量をもつ質点がばねにつながれて単振動する場合と同様の方程式で表すことができる。
- (3) この単振動をもたらすばねのばね定数を求めよ。
- (4) 液面が上下する運動の振動数を求めよ。
- (5) この振動数は、長さ L のひもでつるした振幅の小さな単振り子の振動数の何倍か。この U 字管内の液体が、左右の液面の高さの差が最大で $2H$ となる単振動を行っていて、ある瞬間に左右の液面が同じ高さにそろった。このとき、
- (6) 管内の液体を質点とみなして、その運動エネルギーを求めよ。
- (7) 液面が上昇あるいは下降する速さを求めよ。

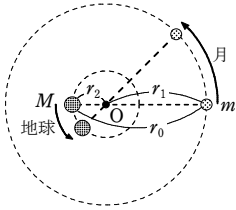
23 [物理重要問題集2017 関西学院大]

地球(質量 M) と月(質量 m) の運動を考える。地球と月との距離を r_0 、万有引力定数を G として、次の問いに答えよ。なお、地球と月は、それら以外の天体から力を受けないとし、それぞれの大きさは無視できるものとする。

[A] 地球は静止しており、月は地球のまわりを等速円運動するとして次の問いに答えよ。

- (1) 月が地球から受ける万有引力の大きさを記せ。
 - (2) 月の運動の周期を m, M, G, r_0 のうち必要なものを用いて表せ。
 - (3) 月の運動エネルギーを m, M, G, r_0 のうち必要なものを用いて表せ。
 - (4) 月の力学的エネルギーを m, M, G, r_0 のうち必要なものを用いて表せ。なお、地球の万有引力による月の位置エネルギーの基準を無限遠に選ぶ。
 - (5) なんらかの原因で月の力学的エネルギーが減少したとする。月は、依然として等速円運動を行っているとした場合、地球と月との距離について、次の選択肢から正しいものを選び。
- ① 大きくなる。 ② 小さくなる。 ③ 変わらない。
- (6) その場合、月の速さはどのようなになるか、次の選択肢から正しいものを選び。
- ① 速くなる。 ② 遅くなる。 ③ 変わらない。

[B] 実際には、図のように地球と月は、地球と月を結ぶ線のある点 O を中心にして、同じ角速度で等速円運動を行っているものとみなせる。この場合の、 O から月までの距離を r_1 、 O から地球までの距離を r_2 (ただし $r_0 = r_1 + r_2$) として次の問いに答えよ。

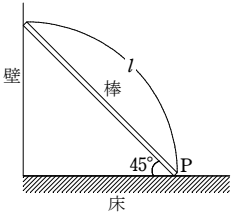


- (1) 月の円運動の角速度を ω として、月の向心力の大きさを m, r_1, r_0, ω のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) 月の受ける万有引力は [A](1) の万有引力と同じであることに注意し、月の角速度を G, M, r_1, r_0 を用いて表せ。
- (3) 地球と月は O を中心にして同じ角速度で等速円運動を行っていることに注意して、 r_1 を M, m, r_0 を用いて表せ。
- (4) 円運動の周期を G, M, m, r_0 を用いて表せ。

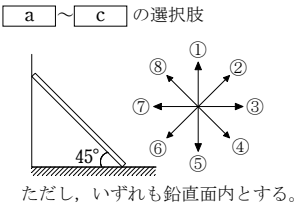
24 [2011 立命館大]

次の文章を読み、[ア]～[ク] に適切な数式を記入せよ。また、[a]～[c] については選択肢より適切な向きを選べ。

図のように、長さ l 、質量 M の様な細い棒を床から垂直な壁に 45° の角度で立てかけた。棒が床と接する点を P とする。壁はなめらかで棒と壁の間には摩擦はないが、棒と床の間の静止摩擦係数は μ である。



- ただし、重力加速度の大きさを g とする。
- (1) まず、立てかけた棒がすべり落ちないために μ が満たすべき条件を考えよう。棒にはたらく力のつりあいから、棒が床から受ける垂直抗力の大きさは [ア] であり、棒にはたらく力のモーメントのつりあいから、棒が壁から受ける垂直抗力の大きさは [イ] である。それゆえ、静止摩擦係数は $\mu \geq$ [ウ] を満たす必要がある。



- (2) いま、質量 m の小さな粘土の粒を、棒の上にそっと置いた。点 P から棒にそって $\frac{2}{3}l$ の位置に置いても棒がすべり落ちないための条件を考えよう。粘土粒が棒上に固定されているとき、粘土粒にはたらく力は、重力と棒からの抗力で、これらがつりあっている。したがって作用反作用の法則から、棒が粘土粒から受ける力の向きは [a] で大きさは [エ] である。(1)での考察と同様に、棒にはたらく力のつりあいと力のモーメントのつりあいから、静止摩擦係数は $\mu \geq$ [オ] を満たす必要がある。
- (3) 次に、粘土粒を取り除き、同じ質量 m の小球を、棒の点 P から棒にそって打ちだしたところ、小球は棒をのぼり始めた。小球が点 P から棒にそって $\frac{2}{3}l$ の位置まで上がっても棒がすべり落ちないための条件を考えよう。小球と棒に摩擦がないとき、小球にはたらく力は、重力と棒からの垂直抗力であり、その合力の向きは [b] で大きさは [カ] であり、小球の動きは棒にそった等加速度運動となる。したがって、逆に棒が小球から受ける力は、向きは [c] で大きさは [キ] である。これまでの考察と同様に、棒にはたらく力のつりあいと力のモーメントのつりあいから、静止摩擦係数は $\mu \geq$ [ク] を満たす必要がある。

25 [2011 同志社大]

次の文中の空欄 [ア]～[コ] に当てはまる式または数値を記入せよ。ただし、各図の水平右向きに x 軸をとり、重力加速度の大きさを g とする。

図1のように、なめらかな水平面上を x 方向に速度 v_0 ですべってきた小球 A が、静止している物体 B と衝突するときの運動について考える。 A と B の質量がそれぞれ m と $3m$ 、 A と B の反発係数が e であるとき、衝突後の A の B に対する x 方向の相対速度は [ア]、 A と B の x 方向の運動量の和は [イ]、 B の x 方向の速度は [ウ]、 A の x 方向の速度は



図1

$\frac{1-3e}{4}v_0$ と表される。

次に、図2のように、物体 B がばね定数 k の軽いばねでつながれた2つの物体 B_1 と B_2 からなる場合を考える。 B_1 と B_2 は質量がそれぞれ m と $2m$ で静止している。なめらかな水平面上を x 方向に速度 v_0 ですべってきた小球 A が、 B_1 と完全弾性衝突する。 B_1 は A から与えられた力積に等しい運動量を得て動きはじめ、その後 B_1 と B_2 は振動しながら移動する。衝突後の A の速度は、図1の衝突での e が [エ] のときと同じになる。衝突後の B_1 と B_2 の全力学的エネルギーは [オ] であり、ばねの弾性力による位置エネルギーの最大値は [カ] である。

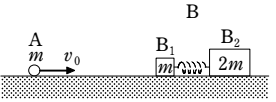


図2

最後に、物体 B が図3のように、水平面と下端 P で接する半径 r の半円筒部 PQR をもち、小球 A が B の PQR をなめらかに上がれる場合を考える。位置 Q は下端 P と上端 R の中点であり、運動は PQR の中心軸に垂直な1つの平面内で起こるとする。 A はなめらかな水平面上を、静止してい

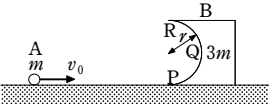


図3

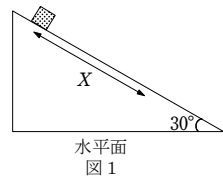
る B に向かって x 方向に速度 v_0 ですべってくる。 A が下端 P で B の PQR 上に入った直後には、 B は静止していて A が等速円運動しているとしてよく、このとき A が B から受ける垂直抗力の大きさは [キ] である。 v_0 が大きくないとき、 A は運動を始めた B の PQ 上にある高さまですべり上がり、その後すべり下りてくる。すべり下りてきて再び下端 P に到達したときの A の速度は、図1の衝突での e が [ク] のときと同じになる。 v_0 を大きくすると、到達できる PQR 上の位置が高くなる。 A が位置 Q にちょうど到達できる v_0 は [ケ] である。 v_0 を徐々に大きくしていくと、 A が上端 R から水平に飛び出す。このとき、上端 R における A の速度は、図1の衝突で e が [コ] のときと同じになる。

(ヒント: A や B の速度を e と v_0 で表してから計算してもよい。)

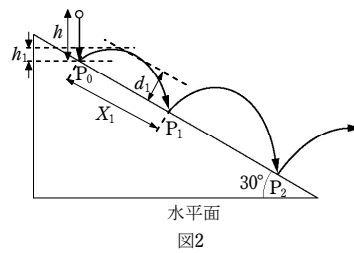
26 [2011 関西学院大]

図1、2に示す水平面に対して 30° 傾いたなめらかな斜面上での運動に関する次の問い[A]、[B]に答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g とする。

[A] まず図1のように、斜面上に物体を置き、斜面にそって下向きに初速度 v_0 を与えて動きださせた。動きだしたときの時刻を0とする。時刻 t における、動きだした地点からの距離 X を求めよ。



[B] 次に図2のように、斜面の上 h の高さから質量 m の小さなボールを静かにはなし、落させた。ボールが最初に斜面と衝突したときの時刻を0とし、ボールと斜面の衝突は弾性的であるとす。この後、ボールは図のような軌跡を描いて斜面と弾性衝突をくり返す。ただし、図の軌跡の形状は正確ではない。最初の衝突点を P_0 、以後の衝突点を P_1 、 P_2 、…とよぶ。次の問い(1)～(7)に答えよ。

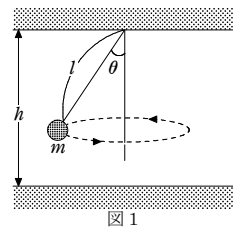


- (1) P_0 で斜面に最初に衝突した直後の、ボールの鉛直上向き方向の速度成分 v_y を求めよ。また、斜面に平行な速度成分 v_p を求めよ。ただし、 v_p の符号は斜面にそって下向きを正とする。
- (2) P_0 と P_1 の間で、ボールの P_0 からの高さが最も大きくなったときの値 h_1 を求め、 m 、 g 、 h のうち必要なものを用いて表せ。
- (3) P_0 と P_1 の間で、ボールが斜面から最も離れたときの距離 d_1 を求め、 m 、 g 、 h のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) P_1 における衝突の時刻を t_1 とする。 P_0 と P_1 の間の距離 X_1 を、 m 、 g 、 h のうち必要なものと t_1 を用いて表せ。
- (5) t_1 を求め、 m 、 g 、 h のうち必要なものを用いて表せ。
- (6) n を正の整数として、 P_n における $(n+1)$ 回目の衝突の時刻を t_n とすると、 $t_n = nt_1$ という関係が成りたつ。その理由を簡潔に説明せよ。
- (7) P_0 と P_n の間の距離 X_n を求め、 m 、 g 、 h 、 n のうち必要なものを用いて表せ。

27 [2011 立命館大]

次の文章を読み、 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ク}}$ に適切な数式または数値を記入せよ。また、 $\boxed{\text{a}}$ には、指定された選択肢より当てはまるものを選んで。ただし、 $\boxed{\text{オ}}$ ～ $\boxed{\text{ク}}$ は、本文中の g 、 h 、 l を使って表すこと。

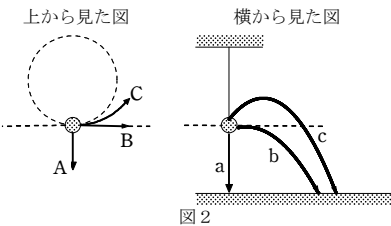
- (1) 長さ l [m]のひもの下端に質量 m [kg]の小球を取りつけて、床からの高さが h [m]の天井にひもの上端を固定した。ここで、小球の大きさ、ひもの質量、空気抵抗は無視でき、ひもは小球の運動中にたらず、伸び縮みもしないものとする。また、重力加速度の大きさを g [m/s²]とする。



小球は、初め、ひもが鉛直方向と角度 θ [rad]をなした状態で、水平面内を角速度 ω [rad/s]の等速円運動を行っている。小球には鉛直方向に $\boxed{\text{ア}}$

[N]とひもにそった方向に張力 T [N]の2つの力がはたらいている。ここで、小球の水平方向の運動方程式は $\boxed{\text{イ}} = T \sin \theta$ である。鉛直方向と水平方向の運動方程式から、小球の角速度 ω は g 、 l 、 θ を使って表すことができ、 $\omega = \boxed{\text{ウ}}$ の関係式が成りたつ。

- (2) 次に、ひもが切れた場合の小球の運動を考える。 θ をいろいろ変えながら等速円運動をさせていたところ、 $\theta = \frac{\pi}{3}$ rad (=60°)以上ではひもが切れて小球が飛びだすことがわかった。したがって、ひもは $\boxed{\text{エ}} \times mg$ [N]以上の張力が加わったときに切れてしまうことがわかる。



$\theta = \frac{\pi}{3}$ radのとき、小球は速さ $\boxed{\text{オ}}$ [m/s]で飛びだしたのち、床に落下した。ひもが切れて小球が飛びだしてから床に衝突するまでの時間は $\boxed{\text{カ}}$ [s]であり、小球は、ひもが切れた位置から水平方向に $\boxed{\text{キ}}$ [m]離れた地点に落下した。床に衝突する直前の小球の速さは $\boxed{\text{ク}}$ [m/s]となる。このとき、小球の描いた軌跡を最もよく表し

ているのは $\boxed{\text{a}}$ の組合せとなっている。

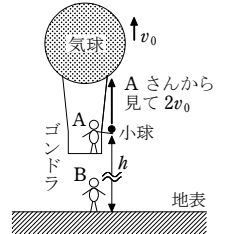
$\boxed{\text{a}}$ の選択肢

- ① Aとa ② Aとb ③ Aとc ④ Bとa ⑤ Bとb ⑥ Bとc
⑦ Cとa ⑧ Cとb ⑨ Cとc

28 [2010 関西大]

次の文の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$ に入れるのに最も適当なものを文末の解答群から選べ。

図のように、地表で静止しているBさんから見て一定の速さ v_0 で鉛直上向きに上昇する気球のゴンドラに、Aさんが乗っている。Aさんは、ゴンドラの高さが地表から h となった瞬間に、Aさんから見て速さ $2v_0$ で小球を鉛直上向きに投げ上げた。この小球の運動について考える。小球を投げ上げても気球の上昇する速さは v_0 のまま変化せず、小球は気球やゴンドラと衝突することもないものとする。また、Aさんが小球を投げ上げた時刻 $t = 0$ とする。ただし、Aさんの大きさ、Bさんの大きさ、空気の抵抗は無視できるものとし、重力加速度の大きさを g とする。小球を投げ上げてからしばらくすると、小球はAさんから見て最高点に達した(小球が鉛直上向きにAさんから最も離れた)。このときの時刻は $t = \boxed{\text{ア}}$ で、Aさんと小球の距離は $\boxed{\text{イ}}$ である。



一方、小球を投げ上げてからしばらくすると、地表で静止しているBさんから見て最高点に達した。このときの時刻は $t = \boxed{\text{ウ}}$ で、地表から小球までの距離は $h + \boxed{\text{エ}}$ である。

その後、小球は再びAさんと同じ高さになった。このとき、時刻は $t = \boxed{\text{オ}}$ で、地表で静止しているBさんから見た小球の速さ(速度の大きさ)は $\boxed{\text{カ}}$ である。

しばらくして、小球は地表に到達した。このときの時刻は $t = \boxed{\text{キ}}$ である。

[解答群]

- ① $\frac{2v_0}{g}$ ② $\frac{3v_0}{g}$ ③ $\frac{4v_0}{g}$ ④ $\frac{6v_0}{g}$ ⑤ $\frac{2v_0^2}{g}$ ⑥ $\frac{9v_0^2}{4g}$
⑦ $\frac{3v_0^2}{g}$ ⑧ $\frac{4v_0^2}{g}$ ⑨ $\frac{9v_0^2}{2g}$ ⑩ $\frac{9v_0^2}{g}$ ⑪ v_0 ⑫ $2v_0$
⑬ $3v_0$ ⑭ $4v_0$ ⑮ $\frac{2v_0 + \sqrt{4v_0^2 - 2gh}}{g}$ ⑯ $\frac{2v_0 + \sqrt{4v_0^2 + 2gh}}{g}$
⑰ $\frac{3v_0 + \sqrt{9v_0^2 - 2gh}}{g}$ ⑱ $\frac{3v_0 + \sqrt{9v_0^2 + 2gh}}{g}$ ⑲ $\frac{2v_0 - \sqrt{4v_0^2 - 2gh}}{g}$
⑳ $\frac{2v_0 - \sqrt{4v_0^2 + 2gh}}{g}$

29 [2010 中央大]

次の文章の空欄にあてはまる式を解答群の中から選べ。

図 1 のように $x=0$, $y=0$ の位置から角度 θ 、初速度の大きさ v で、時刻 $t=0$ のとき打ち出された物体の運動を調べる。物体は小さく、以下ではその大きさは無視できるものとする。また空気抵抗は無視する。重力加速度の大きさを g と書けば、時刻 t での物体の水平方向の位置は $x=\square{\text{ア}}$ 、鉛直方向の位置は $y=\square{\text{イ}}$ である。この結果から物体の軌道の式を求めると、 $y=\square{\text{ウ}}$ となる。これらの式から物体の最高点の高さ $H=\square{\text{エ}}$ 、水平到達距離 $L=\square{\text{オ}}$ が得られる。

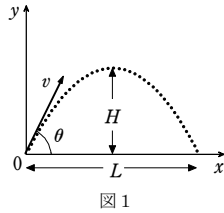


図 1

次に図 2 のように高さ H_0 の位置に長さ L_0 の障害物 AB がある場合を考える。AB に当たらないようにして、物体を L_0 以上の距離まで飛ばすための条件を求めよう。ただし、 L_0 は H_0 より十分大きいとする。そのため、 θ は小さい値に選ぶ必要があるので、以下では近似式 $\sin \theta \approx \theta$ と $\cos \theta \approx 1$ を使う。この近似式を使うと y と x の関係は $y=\square{\text{カ}}$ となる。

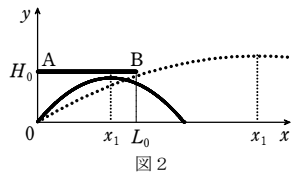


図 2

$x=0$, $y=0$ の位置から角度 θ 、初速度の大きさ v で打ち出された物体が最高点に達したときの x 座標を x_1 とする。図 2 の実線で示した軌道のように $x_1 \leq L_0$ となる場合には、 $H \geq H_0$ であると AB に当たってしまう。AB に当たらないための θ の条件は、 $\theta_1=\square{\text{キ}}$ で与えられる角度 θ_1 より小さいことである。初速度の大きさ v を大きくして図 2 の点線で示した軌道のように $x_1 > L_0$ となる場合には、AB に物体が当たらない条件は、 $x=L_0$ での物体の y の値が H_0 より小さいことである。これから、この場合の θ の上限 θ_2 は $\theta_2=\square{\text{ク}}$ となる。一方、水平到達距離 L が $L > L_0$ となるためには、 θ の値は、 $y=(\text{カ})$ の式で $x=L_0$, $y=0$ として求めた角度 $\theta_3=\square{\text{ケ}}$ よりも大きくななければならない。

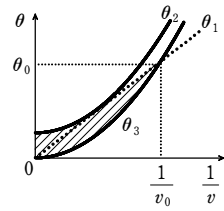


図 3

横軸に初速度の大きさの逆数 $\frac{1}{v}$ 、縦軸に θ をとって、 θ_1 , θ_2 , θ_3 をグラフにすると図 3 のようになる。図中の斜線で示した領域内の θ , v で物体を打ち出せば、AB に当たらずに L_0 以上の距離を飛ばすことができる。

図 3 の点線で示した θ_1 と実線 θ_3 の交点を $\frac{1}{v} = \frac{1}{v_0}$, $\theta = \theta_0$ とする。 v_0 を求めると $v_0=\square{\text{コ}}$ である。この v_0 で物体を打ち出すとき、角度を θ_0 にすれば、物体は AB をかすめて L_0 に到達する。しかし、 θ が θ_0 から少しでもずれると $L < L_0$ になるか、AB に当たってしまう。初速度の大きさを増して $v > v_0$ にすれば、成功するための角度 θ に幅ができる。図 3 からわかるように、 $\Delta \theta$ の最大値 $\Delta \theta_{\text{m}}$ は $\theta_2 - \theta_3$ であるから、 $\Delta \theta_{\text{m}}=\square{\text{サ}}$ である。

[解答群]

(ア) に対するもの

- ① t ② vt ③ $v(\cos \theta)t$ ④ $v(\sin \theta)t$ ⑤ $v(\cos \theta)t^2$
⑥ $v(\sin \theta)t^2$

(イ) に対するもの

- ① $\left(-\frac{1}{2}g + v \cos \theta\right)t^2$ ② $-\frac{1}{2}gt^2 + v(\sin \theta)t$ ③ $-\frac{1}{2}gt^2$
④ $-\frac{1}{2}gt^2 + v(\cos \theta)t$ ⑤ $\left(-\frac{1}{2}g + v \sin \theta\right)t^2$ ⑥ $-\frac{1}{2}gt^2 + vt$

(ウ) に対するもの

- ① $-\frac{1}{2} \frac{g}{v^2 \cos^2 \theta} x^2 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} x$ ② $-\frac{1}{2} \frac{g}{v^2 \cos^2 \theta} x^2$ ③ $(\cos \theta)x$
④ $-\frac{1}{2} \frac{g}{v^2 \sin^2 \theta} x^2 + (\cos \theta)x$ ⑤ $-\frac{1}{2} \frac{g}{v \sin \theta} x^2 + (\sin \theta)x$ ⑥ $-\frac{1}{2} \frac{g}{v^2} x^2 + x$

(エ) に対するもの

- ① $g \cos \theta$ ② $\frac{g \sin^2 \theta}{2v^2}$ ③ $\frac{g \cos \theta}{2v^2}$ ④ $\frac{2v^2 \sin \theta}{g}$ ⑤ $\frac{v^2 \cos^2 \theta}{2g}$
⑥ $\frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g}$

(オ) に対するもの

- ① $2g \sin \theta$ ② $\frac{g \sin^2 \theta}{2v^2}$ ③ $\frac{g \sin \theta \cos \theta}{2v^2}$ ④ $\frac{2v^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$
⑤ $\frac{2v^2 \cos^2 \theta}{g}$ ⑥ $\frac{2v^2 \sin^2 \theta}{g}$

(カ) に対するもの

- ① θx ② $-\frac{1}{2} \frac{g}{v^2 \theta} x^2$ ③ $\frac{1}{2} \frac{g}{v^2 \theta^2} x^2 + \theta x$ ④ $-\frac{1}{2} \frac{g}{v^2 \theta} x^2 + x$

- ⑤ $-\frac{1}{2} \frac{g}{v \theta^2} x^2 + \theta x$ ⑥ $-\frac{1}{2} \frac{g}{v^2} x^2 + \theta x$

(キ) に対するもの

- ① $\sqrt{2gH_0} \frac{1}{v}$ ② $\sqrt{2gH_0} \left(\frac{1}{v}\right)^2$ ③ $\sqrt{gH_0} \frac{1}{v}$ ④ $\sqrt{gH_0} \left(\frac{1}{v}\right)^2$
⑤ $2gH_0 \frac{1}{v}$ ⑥ $2gH_0 \left(\frac{1}{v}\right)^2$

(ク) に対するもの

- ① $gL_0 \left(\frac{1}{v}\right)^2 + \frac{H_0}{L_0}$ ② $\frac{gL_0}{2} \left(\frac{1}{v}\right)^2 - \frac{L_0}{H_0}$ ③ $\frac{gL_0}{2} \left(\frac{1}{v}\right)^2 + \frac{H_0}{L_0}$
④ $\frac{gL_0}{2} \frac{1}{v} - \frac{H_0}{L_0}$ ⑤ $\frac{gL_0}{2} \frac{1}{v} + \frac{L_0}{H_0}$ ⑥ $gL_0 \frac{1}{v} - \frac{H_0}{L_0}$

(ケ) に対するもの

- ① $gL_0 \left(\frac{1}{v}\right)^2$ ② $\frac{gL_0}{2} \left(\frac{1}{v}\right)^2$ ③ $\frac{gL_0}{2} \left(\frac{1}{v}\right)^2 - \frac{H_0}{L_0}$
④ $\frac{gL_0}{2} \frac{1}{v} - \frac{H_0}{L_0}$ ⑤ $\frac{gL_0}{2} \frac{1}{v}$ ⑥ $gL_0 \left(\frac{1}{v}\right)^2 - \frac{L_0}{H_0}$

(コ) に対するもの

- ① $\sqrt{\frac{g}{2H_0}}$ ② $\sqrt{\frac{2H_0}{g}}$ ③ $\sqrt{\frac{g}{2L_0}} \frac{H_0}{2}$ ④ $\sqrt{\frac{g}{2H_0}} \frac{L_0}{2}$
⑤ $\frac{\sqrt{g}}{2H_0}$ ⑥ $\frac{\sqrt{g}}{2L_0}$

(サ) に対するもの

- ① $\frac{L_0}{H_0}$ ② $\frac{H_0}{L_0}$ ③ $\sqrt{\frac{H_0}{L_0}}$ ④ $\sqrt{\frac{L_0}{H_0}}$ ⑤ $\frac{2H_0}{L_0}$ ⑥ $\frac{L_0}{2H_0}$

30 [2010 中央大]

次の文章の空欄にあてはまる数式、数値を記入し、グラフを図 4 にかへ。

図 1 のような 1 辺 L の正方形の底面と、それに垂直な 4 つの側面からなる容器を考える。この容器に密度 ρ の液体を入れたとき、容器の壁面にどのような力がはたらくかを考えよう。大気圧を P_0 、重力加速度の大きさを g とせよ。

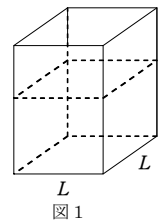


図 1

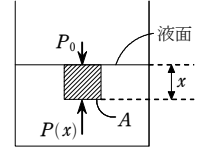


図 2

液面からの深さ x の点での圧力 $P(x)$ を知るために、底面積が A 、高さ x の円柱部分 (図 2 の斜線部) の下面にはたらく力のつりあいを考えよう。円柱部分の上面は大気圧により $\square{\text{ア}}$ だけの下向きの力を受ける。さらに円柱部分内の液体の下向きの重力は $\square{\text{イ}}$ である。この合力が円柱部分の下面が水圧により受ける上向きの力 $\square{\text{ウ}}$ とつりあうので、 $P(x)$ は $\square{\text{エ}}$ である。

図 3 のように、液面の高さが H のとき、容器の底面と側面の一つにはたらく力を求めよう。まず液体が容器の底面に及ぼす力を計算する。容器の底面での圧力は $\square{\text{オ}}$ であるので、液体が容器の底面に及ぼす下向きの力は (オ) の L^2 倍である。容器を机の上に置くと、同じだけの抗力を机から受けて力はつりあう。

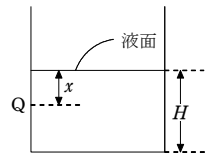


図 3

次に大気圧、水圧により容器の一つの側面が受ける力を考えよう。図 3 の深さ x の点 Q では、単位面積当たり $\square{\text{カ}}$ の力が外向きに、 $\square{\text{キ}}$

の力が内向きにはたらくので、単位面積にはたらく外向きの合力 $f(x)$ は $\square{\text{ク}}$ である。

x を横軸にとった $f(x)$ のグラフを図 4 にかへ (次の計算のために、グラフの縦軸に $x=H$ での値を書きこめ)。

壁にはたらく単位面積当たりの力 $f(x)$ は深さに依存するので、壁全体にはたらく力 F は $f(x)$ に微小面積 Ldx をかけたものをたしあわせなければならないが、それはちょうど図 4 のグラフと x 軸に囲まれる面積の L 倍である。したがって ρ , g , L , H で表せば、 $F=\square{\text{ケ}}$ のようになる。容器が壊れないためには、 F とつりあう壁からの抗力が必要である。水の深さが増すと、 F は急速に増加するので、弱い材料の壁では壊れてしまう。

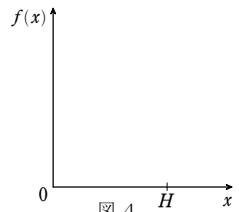


図 4

液体は水であるとして、 F の数値を求めてみよう。

$H=0.50 \text{ m}$, $L=1.0 \text{ m}$, $g=9.8 \text{ m/s}^2$ とし、 ρ としてよく知られている室温の水の値を用いれば、 F の大きさは $\square{\text{コ}}$ である (数値は有効数字 2 桁で答え、単位を記入せよ)。

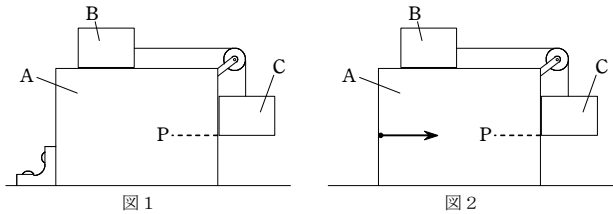
31[2010 法政大]

次の文の に入れるべき数式を記入せよ。なお、重力加速度の大きさを g とする。

図 1 に示すように、上面の一方の端になめらかで軽い滑車を取り付けられている質量 $3m$ の直方体の台 A が、水平な床面に固定されている。質量がともに m である物体 B と物体 C を軽い糸でつなぎ、その糸を滑車にかける。物体 B を台 A の上面にのせて手でおさえ、物体 C を台 A の側面に接する P の位置につり下げる。台 A の上面と物体 B 、台 A の側面と物体 C の間に摩擦力ははたらかないとする。物体 B をおさえていた手をはなすと、物体 C は鉛直方向に大きさが の加速度で降下し、時間 t_0 の後に床面に達した。物体 C が降下する間、糸の張力の大きさは であり、滑車の軸が滑車を支えている力の大きさは である。

次に図 2 に示すように、台 A をなめらかで水平な床面に置き、物体 B を台 A の上面にのせて手でおさえ、糸でつないだ物体 C を台 A の側面に接する P の位置につり下げる。台 A と床面には摩擦力ははたらかないとする。物体 B をおさえていた手をはなすと同時に、一定の力で台 A を右向きに押していくと、物体 C は降下を始めて時間 $\sqrt{2}t_0$ の後に床面に達した。この間、物体 C が降下する加速度の大きさは であり、糸の張力の大きさは である。また、台 A は加速度運動をしていたため、台 A から見て物体 B が受けた慣性力の大きさは である。そして、台 A に右向きに加えた力の大きさは である。

また同じく図 2 において、台 A を右向きに押す一定の力をさらに大きくしたところ、物体 C は P の位置から降下することなく、物体 B は台 A 上で静止した状態を保ちながら、台 A と物体 B 、物体 C は一体となって移動した。このとき台 A に右向きに加えた力の大きさは である。



32[2010 立教大]

次の文の空所 ア ～ ク にあてはまる数式を、それぞれ対応する ①～⑤ から一つずつ選べ。

粒子 A と粒子 B の衝突を考える。静止している観測者 P から見たとき、質量 m_A の粒子 A の速さは v で、原点に静止していた質量 m_B の粒子 B に衝突した。衝突後、図のように粒子 A は入射方向から角度 θ の方向に速さ v_A で散乱し、粒子 B は角度 ϕ の方向にはねとばされた。衝突は完全弾性衝突であった。粒子 A の衝突後の速さ v_A を θ の関数で表すと ア である。

観測者 P から見た、粒子 A と粒子 B の重心の速さは イ である。外部から力が作用しないので、重心の速さは保存される。ここで粒子 A と粒子 B の重心と一緒に動く観測者 Q から見た運動を考える。観測者 Q から見ると、衝突前の粒子 A の速さは ウ であり、粒子 B の速さは エ である。観測者 Q から見た、粒子 A と粒子 B の運動エネルギーの和は オ であり、運動量の和は カ である。観測者 Q から見た、衝突後の粒子 A の速さは キ、粒子 B の速さは ク となる。

- ア ① $\frac{m_B}{m_A+m_B}v\left\{\frac{m_A}{m_B}\cos\theta\pm\sqrt{1-\left(\frac{m_A}{m_B}\right)^2\sin^2\theta}\right\}$
② $\frac{m_A}{m_A+m_B}v\left\{\frac{m_A}{m_B}\cos\theta\pm\sqrt{1-\left(\frac{m_A}{m_B}\right)^2\sin^2\theta}\right\}$
③ $\frac{m_B}{m_A+m_B}v\left\{\frac{m_A}{m_B}\cos\theta\pm\sqrt{1-\left(\frac{m_B}{m_A}\right)^2\cos^2\theta}\right\}$
④ $\frac{m_A}{m_A+m_B}v\left\{\frac{m_A}{m_B}\cos\theta\pm\sqrt{1-\left(\frac{m_B}{m_A}\right)^2\cos^2\theta}\right\}$
⑤ $\frac{m_B}{m_A+m_B}v\left\{\frac{m_A}{m_B}\sin\theta\pm\sqrt{1-\left(\frac{m_A}{m_B}\right)^2\sin^2\theta}\right\}$
- イ ① $\frac{m_A+m_B}{m_A}v$ ② $\frac{m_B}{m_A+m_B}v$ ③ $\frac{m_A+m_B}{m_B}v$ ④ $\frac{m_A}{m_A+m_B}v$

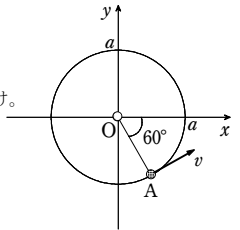
- ウ ① $\frac{m_A+m_B}{m_A}v$ ② $\frac{m_B}{m_A+m_B}v$ ③ $\frac{m_A+m_B}{m_B}v$ ④ $\frac{m_A}{m_A+m_B}v$
- エ ① $\frac{m_A+m_B}{m_A}v$ ② $\frac{m_B}{m_A+m_B}v$ ③ $\frac{m_A+m_B}{m_B}v$ ④ $\frac{m_A}{m_A+m_B}v$
- オ ① $\frac{1}{2}\cdot\frac{m_A^2}{m_A+m_B}v^2$ ② $\frac{1}{2}\cdot\frac{m_B^2}{m_A+m_B}v^2$ ③ $\frac{1}{2}\cdot\frac{(m_A+m_B)^2}{m_A}v^2$
④ $\frac{1}{2}\cdot(m_A+m_B)v^2$ ⑤ $\frac{1}{2}\cdot\frac{m_Am_B}{m_A+m_B}v^2$
- カ ① 0 ② $\frac{1}{2}\cdot(m_A+m_B)v$ ③ $(m_A+m_B)v$ ④ $(m_B-m_A)v$
⑤ $(m_A-m_B)v$
- キ ① $\frac{m_A+m_B}{m_A}v$ ② $\frac{m_B}{m_A+m_B}v$ ③ $\frac{m_A+m_B}{m_B}v$ ④ $\frac{m_A}{m_A+m_B}v$
⑤ $\frac{1}{2}\cdot\frac{m_A}{m_A+m_B}v$
- ク ① $\frac{m_A+m_B}{m_A}v$ ② $\frac{m_B}{m_A+m_B}v$ ③ $\frac{m_A+m_B}{m_B}v$ ④ $\frac{m_A}{m_A+m_B}v$
⑤ $\frac{1}{2}\cdot\frac{m_A}{m_A+m_B}v$

33[関西学院大]

図のように、水平でなめらかなテーブル上で、軽い糸で引かれた質量 m の物体が速さ v 、半径 a で上から見て反時計回りの等速円運動をしている。糸の端はテーブルの中心に開けられた小穴を通して固定しており、固定を外すことによって長さが自由に換えられるようになっている。図のように、円運動の中心を原点 O として xy 座標をとり、次の問いに (1)～(5) に答えよ。

- (1) 物体の円運動の角速度および加速度の大きさはいくらか。
- (2) 物体が時刻 $t=0$ で y 軸上の点 $(0, a)$ の位置にあったとする。この物体の時刻 t における x 座標を表す式を書け。
- (3) 物体が半周する間に糸の張力が物体にする仕事はいくらか。
- 次に、物体が図の点 A にきたときに糸をゆるめて糸の張力を 0 にした。その後、中心から物体までの距離が $2a$ になったとき、再び糸を固定し張力を発生させた。このときの物体の位置を点 P とする。その後物体は、半径 $2a$ の等速円運動を始めた。
- (4) 次の問い (a)～(d) に答えよ。
- (a) 点 P の位置座標を求めよ。
- (b) 物体が点 P に達する直前と直後で、運動量の OP に垂直な成分は保存されていると考えられる。その理由を簡潔に述べよ。また、点 P を通過後の物体の速さを求めよ。
- (c) 半径 $2a$ の円運動の角速度は、半径 a の円運動のときの角速度の何倍か。
- (d) 点 P で物体が糸から受けた力積の大きさを求めよ。
- (5) AP 間の運動について、次の文章の空欄 ア ～ ウ に適切な式を入れよ。

線分 AP 上の点 Q に物体があるとき、 $\angle AOQ = \theta$ とすると、原点 O から点 Q までの距離は ア、また運動量の OQ に垂直な方向の成分は イ であるので、 ア と イ の積は点 Q の位置によらず一定値をとる。問い (4)(b) を考慮すると、点 P を過ぎて等速円運動を始めてもこの積は変わらないと考えられる。したがって、もし点 A で糸をゆるめた後、中心から物体までの距離が $\frac{3}{2}a$ になったとき再び張力を発生させて等速円運動させたとしても、角速度が ウ となることが簡単に計算できる。



[34] [2009 学習院大]

- (1) 高速道路を自動車 A が時速 108 km で走行している。この速さは秒速何 m に相当するか答えよ。
- (2) 自動車 A の運転手は危険を感じてブレーキをかけて停止した。ブレーキをかけてから停止するまでの間、自動車 A は 6 m/s^2 で減速したとする。ブレーキをかけてから停止するまでにかかった時間 (制動時間) とその間に自動車 A が走った距離 (制動距離) を求めよ。
- 次に、自動車 A の後ろを自動車 B が走行している場合を考える。最初、自動車 A と自動車 B はともに時速 108 km で同じ直線上を走行していたとする。また、このときの車間距離を 27 m とする。次の問いに答えよ。
- (3) 自動車 A の運転手は危険を感じ、ブレーキをかけた。(2) と同様に、ブレーキをかけている間は 6 m/s^2 で減速する。自動車 B がブレーキをかけなかった場合、自動車 B は (自動車 A がブレーキをかけてから) 何秒後に自動車 A に追突するか。
- (4) 実際には、自動車 B は自動車 A がブレーキをかけてから、1 秒後にブレーキをかけた。このときの、自動車 A との車間距離と、自動車 A の自動車 B に対する相対速度を求めよ。
- (5) 自動車 B も 6 m/s^2 で減速するとする。自動車 B がブレーキをかけている間、自動車 A と自動車 B の車間距離が時間とともにどのように変化するか答えよ。

[35] [2009 関西大]

次の文中の空欄を正しく埋めよ。

図 1 のように、なめらかな水平面上に、質量が M で水平面と θ の角をなすなめらかな斜面をもつ台を置き、台が移動しないようにストッパー S を図のように固定した。いま、斜面上に質量 m の小物体を静かに置いたところ、小物体は初速 0 で斜面上を下降し始めた。重力加速度の大きさを g とする。

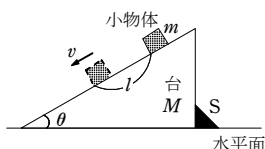


図 1

このとき、小物体が斜面を下降する加速度の大きさは $\square \text{ア}$ であるから、小物体が斜面にそって距離 l だけ下降したときの速さ v は $v = \square \text{イ}$ である。小物体が斜面上を下降している間、ストッパー S が台に加えている水平方向左向きの力の大きさは $m \times \square \text{ウ}$ である。

次に、図 2 のように、斜面上に質量 m の小物体を静かに置くと同時に、台に水平方向左向きの一定の力を加えて台を移動させたところ、小物体は斜面に対して静止していた。

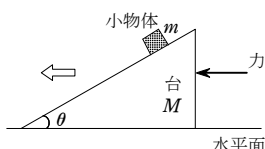
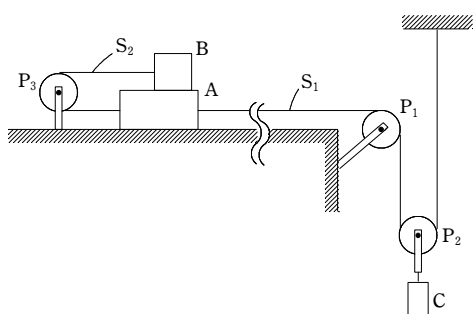


図 2

このとき、小物体が斜面から受けている垂直抗力の大きさ N は $N = m \times \square \text{エ}$ である。小物体の水平方向の加速度の大きさ a は、小物体が斜面から受けている垂直抗力の水平成分によって加速度が生じることから $a = \square \text{オ}$ である。よって、台に加えている水平方向左向きの力の大きさは $(M + m) \times \square \text{カ}$ である。

[36] [2009 法政大]

図に示すように、なめらかなで水平な床面に置かれた質量 m の物体 A の水平な上面に、質量 m の物体 B が置かれている。物体 A は、なめらかにまわる軽い定滑車 P_1 と動滑車 P_2 を通した伸び縮みしない糸 S_1 で天井と結ばれている。また、物体 A と物体 B は、なめらかにまわる軽い定滑車 P_3 を通した伸び縮みしない糸 S_2 でつながれている。物体 A と物体 B の間の静止摩擦係数を 0.4、動摩擦係数を 0.2 とする。また、重力加速度の大きさを g とする。



はじめに、動滑車 P_2 に質量 M のおもり C をつけて静かに手をはなしたところ、物体 A, B はそのまま静止していた。

- (1) 糸 S_1 の張力の大きさ T_1 を、 M, g を用いて表せ。
- (2) 糸 S_2 の張力の大きさ T_2 を、 M, g を用いて表せ。
- (3) 物体 A, B が動きださなかったことから、おもり C の質量 M はある値 M' より小さくなければならない。この M' を m を用いて表せ。

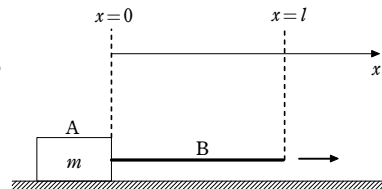
次に、おもり C を質量 $2m$ のおもりにかえて静かに手をはなしたところ、物体 A, B

は動き始めた。ここで、物体 A が右向きに動く加速度の大きさを α とする。糸 S_2 でつながれた物体 B が左向きに動く加速度の大きさは同じく α となり、糸 S_1 にかけられている動滑車 P_2 につけたおもり C が下向きに動く加速度の大きさは $\frac{\alpha}{2}$ となる。

- (4) 物体 A と物体 B の間の摩擦力の大きさを、 m, g を用いて表せ。
- (5) 糸 S_1 の張力の大きさ T_1 を、 m, g を用いて表せ。
- (6) 糸 S_2 の張力の大きさ T_2 を、 m, g を用いて表せ。
- (7) 物体 A の加速度の大きさ α を、 g を用いて表せ。

[37] [2009 学習院大]

水平な台の上に質量 m の物体 A を置き、図のように自然の長さ l のゴムひも B を取りつけた。ゴムひもの右の端を持って水平方向にゆっくりと引くと、ゴムひもが自然の長さ l から a だけ伸びたときに物体が動き始めた。その瞬間にゴムひもを引くのをやめたところ、物体ははじめの位置から b だけ移動して止まった。台と物体の間の静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' 、ゴムひもが自然の長さから y 伸びたときの弾性力は、 k を比例定数として ky とする。重力加速度の大きさを g とする。また、 $\mu > \mu'$ とする。



- (1) 物体が動き始めたときのゴムひもの伸び a と μ の関係を示せ。
- (2) ゴムひもが $l + a$ の長さに伸びたときにゴムひもに蓄えられている弾性エネルギーを求めよ。
- (3) 物体が止まるまでに摩擦力がした仕事を求めよ。
- (4) 物体が止まったとき、ゴムひもがたるんでいたとする。 μ と μ' の間にはどのような関係があるか、 a, b を含まない不等式で示せ。
- (5) 物体が止まったとき、ゴムひもが自然の長さよりも伸びていたとする。このとき、ゴムひもにはエネルギーが蓄えられていることに注意して、移動距離 b を m, g, k, μ, μ' を使って表せ。

38 [2009 中央大]

次の文章の空欄にあてはまる式を記入し、(ク)では図2に図示せよ。

水平な床の上を質量 m の小球が右方の壁に向かってすべっていく。壁の断面は半径 R の半円弧状をなして、その下部が床となめらかにつながっている(図1)。水平な床面を速さ v_0 ですべってきた小球は点 A を過ぎると半円弧にそって壁面を登っていく。小球と床および壁との間に摩擦はないものとし、重力加速度の大きさを g とする。小球が半円弧上のどこまで壁から離れずに登っていくことができるかを考えてみよう。

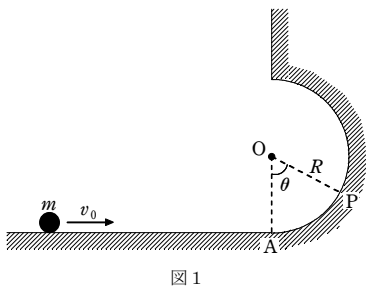


図1

半円弧上の点 P における小球の速さを v とする。円弧の中心を O とし、 O から床に下ろした垂線の足を A とし、 OA と OP のなす角を θ とする ($0 \leq \theta \leq \pi$)。水平な床面上では小球は運動エネルギー $\frac{1}{2}mv_0^2$ をもつ。点 P は床面から $R(1 - \cos \theta)$ の高さにあるから、重力による位置エネルギーを考慮すると、 P における運動エネルギーは、 v_0 、 m 、 g 、 R 、 θ を用いて、 $\frac{1}{2}mv^2 = \text{ア}$ となる。小球が $\frac{\pi}{2}$ より小さな角度 θ_0 で最高点に達したとすれば、そのとき小球の運動エネルギーは 0 であるから、 $\frac{1}{2}mv_0^2 = \text{イ}$ と

なり、これから $\cos \theta_0 = \text{ウ}$ となる。角 θ が $\frac{\pi}{2}$ より大きいときには、このようにエネルギー保存則だけから壁にそって登りうる角度の最大値を見積もることはできない。なぜなら、小球が壁から受ける力が 0 になると小球は円弧から離れてしまうからである。

小球が壁を押す力の反作用としての壁の抗力は次のように計算される。半径 R の円弧にそって速さ v で運動する小球には外向きに遠心力 $\frac{mv^2}{R}$ がはたらくので、点 P における壁からの抗力 N は重力の壁に垂直な成分を考慮して、 $N = \text{エ}$ である。したがって $\theta \leq \frac{\pi}{2}$ である限り(エ)が負になることはないが、 $\theta > \frac{\pi}{2}$ では $v = 0$ とすると(エ)は負になるので、小球は円弧上で $v = 0$ になる前に壁から離れる。点 P における抗力は、(エ)と(ア)を用いて v を消去すると、 $N = \text{オ}$ と求められ、円弧を離れる角 θ_0 は、 v_0 、 g 、 R を用いて $\cos \theta_0 = \text{カ}$ となる。円弧の最高点 $\theta = \pi$ まで到達するには、最初の運動エネルギーは キ より大きくなければならない。

小球が壁にそって登りうる高さ $R(1 - \cos \theta_0)$ を H 、最初の運動エネルギー $\frac{1}{2}mv_0^2$ を K とし、横軸に $\frac{K}{mgR}$ を、縦軸に $\frac{H}{R}$ をとってグラフにかくと ク のようになる。 $K \leq mgR$ では小球は円弧部にそって上昇し、最高点で静止したのちふたたび円弧にそってもどってくる。 K が mgR より大きく、 キ より小さければ、小球は円弧の途中で壁から離れる。 K が キ より大きければ、壁から離れずに最高点 $H = 2R$ に達したのち、そこから水平に空中に飛び出す。

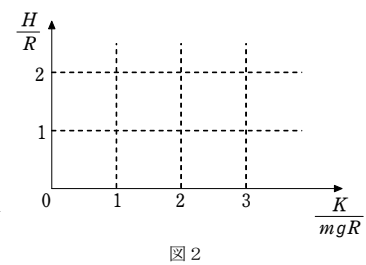


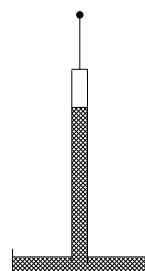
図2

抗力 N は、小球が水平な床の上にある間は $N = mg$ であるが、小球が円弧部に入ると、その途端に $N = \text{ケ}$ となり不連続的に大きくなるのがわかる。

39 [2008 立教大]

次の文の空所 ア 、 イ にあてはまる最も近い数値を、それぞれ対応する ①～⑥ から1つずつ選べ。

一端を閉じた底面の半径が 1.00 cm のガラス管を水銀で満たし、図に示すように、上端をひもでつり下げて水銀の入った容器中に倒立させた。このとき、ガラス管の下側の底面と容器の底は離れており、ガラス管の内側上方に水銀で満たされていない空間ができた。この空間はトリチェリの真空とよばれ、水銀の蒸気で満たされているが、ここでは、この空間の圧力を 0 とみなしてよいものとする。また、ガラス管の質量と肉厚は無視できるものとし、重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 、水銀の密度を 13.6 g/cm^3 、円周率を 3.14 とする。



ガラス管内外の水銀面の高さの差が 740 mm であったとすれば、このときの大気圧が $\text{ア} \text{ Pa}$ であることがわかる。また、ひもの張力の大きさは、ガラス管の上面に上下からかかる圧力の差から求めることができ、その値は $\text{イ} \text{ N}$ であ

る。

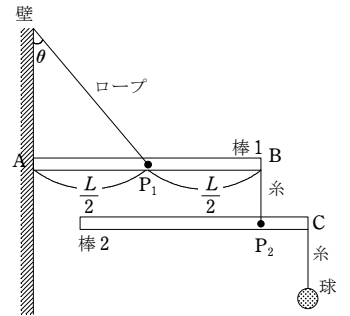
[解答群]

- ア : ① 9.73×10^4 ② 9.73×10^5 ③ 9.86×10^4 ④ 9.86×10^5
⑤ 1.01×10^5 ⑥ 1.01×10^6
 イ : ① 31.0 ② 310 ③ 31.8 ④ 318 ⑤ 32.6 ⑥ 326

40 [2008 同志社大]

次の文中の空欄 ア ～ キ にあてはまる式を記せ。また、空欄 a にあてはまる語句を解答群から選び、その番号を記せ。ただし、重力加速度の大きさを g とし、糸とロープの質量は無視できるものとする。

質量が M で長さが L の2本の一樣な棒がある。図のように、ロープの一端を壁に固定し、他端を棒1の中点 P_1 に固定した。棒1の一端 A を鉛直な壁に垂直に接触させたところ、ロープと壁とのなす角度が θ となった。また、棒1の他端 B に糸を付けて、点 P_2 で棒2をつるした。さらに、棒2の一端 C から質量 m の球を糸でつるしたところ、棒1と棒2が水平に静止した。このとき、棒2の端 C から点 P_2 までの距離は ア である。



棒1に作用している力について考える。棒と壁との静止摩擦係数は μ である。棒1には、大きさ イ の重力と、壁から受ける垂直抗力および向きが a の摩擦力が作用し、端 B では大きさ ウ の糸の張力が作用し、点 P_1 では大きさ T のロープの張力が作用している。棒1に作用する水平方向の力のつりあいから、壁から受ける垂直抗力の大きさは エ と表され、鉛直方向の力のつりあいから、摩擦力の大きさは オ と表される。また、端 A のまわりの力のモーメントのつりあいを考えると、 $T = \text{カ}$ となる。棒1が端 A ですべらずにつりあいの状態を保っていることから、 T を消去して θ が満たしている条件を表すと、 $\tan \theta > \text{キ}$ となる。

[解答群] ① 鉛直上向き ② 鉛直下向き ③ 水平右向き

41 [2008 法政大]

図1に示すように、なめらかな面(区間①)と2つのあらい面(区間②と区間③)をもつ角度 θ の斜面がある。質量 $3m$ の物体 A は、この斜面上に置かれ、質量 m の物体 B と、伸びないひもで滑車を通して結ばれている。ひもと滑車の質量は無視できるとする。

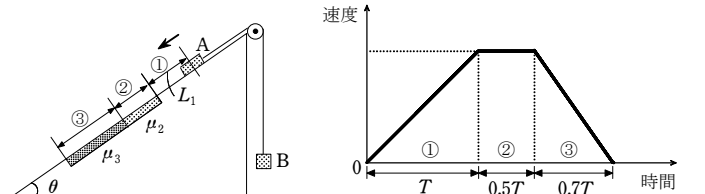


図1

図2

はじめに、物体 A を図1のように斜面上に静止させておく。そこから、静かにはなしたあとの物体 A の速度は、図2のようになった。すなわち、物体 A は、区間①では一定の加速度で加速し、区間②では一定の速度で移動し、区間③では一定の加速度で減速して、停止した。また、これらの運動にかかった時間は、区間①では T 、区間②では $0.5T$ 、区間③では $0.7T$ であった。

$\sin \theta = \frac{3}{5}$ 、 $\cos \theta = \frac{4}{5}$ のとき、次の問いに答えよ。なお、重力加速度の大きさを g とする。

- 区間①における物体 A の加速度の大きさを、 g を用いて表せ。
- 区間①の距離 L_1 を、 T と g を用いて表せ。
- 区間②の動摩擦係数 μ_2 の値を、有効数字2桁で求めよ。
- 区間②で摩擦力がした仕事を、 m と T と g を用いて表せ。
- 区間③の動摩擦係数 μ_3 の値を、有効数字2桁で求めよ。

42 [2008 関西大]

次の文中の□を正しく埋めよ。

水平面と 30° の角をなすなめらかな斜面があり、軽くて伸び縮みしない長さ l の糸の端に質量 m の小球をつないで、糸の他端を斜面上の点

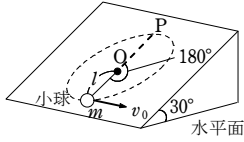


図 1

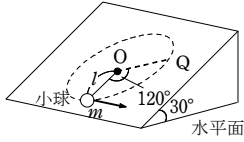


図 2

O に固定したところ、小球は斜面上で静止した。ただし、空気抵抗は無視し、重力加速度の大きさを g とする。このときの糸の張力の大きさは□アである。

次に、図 1 のように、小球に水平方向に大きさ v_0 の初速度を与えたところ、小球は斜面上で半径 l の円運動をした。小球に大きさ v_0 の初速度を与えた直後、小球にはたらく重力の斜面方向成分と糸の張力の合力が円運動の向心力となるから、このときの糸の張力の大きさは□イである。また、小球が最高点 P を通過する速さ v は、 $v = \squareウ$ であり、小球が最高点 P を通過するときの糸の張力の大きさは v などを用いて□エと表される。よって、糸がたるむことなく小球が円運動を続けるためには v_0 は、 $v_0 \geq \squareオ$ でなければならない。

次に、静止した小球に水平方向に与えた初速度の大きさを変えて実験したところ、図 2 のように、初速度を与えてから 120° 回転した点 Q で糸がたるみ始めた。点 Q で糸がたるみ始めたことから、点 Q での小球の速さは□カである。また、静止した小球に水平方向に与えた初速度の大きさは□キである。

43 [2008 関西大]

次の文の□a から□g に入れるのに最も適当な式を記入せよ。また、□ア から□クに入れるのに最も適当なものを各問の文末の解答群から選べ。ただし、同じものを 2 回以上用いてもよい。

[A] 図 1 に示すように、なめらかで水平な台の上に軽いばねの一端が固定され、他端には質量 m の小球が取り付けられている。ばね定数を k 、ばねの自然の長さを l とする。小球に力を加えてばねを自然の長さから a (>0) だけ伸ばしたとき、ばねにたくわえられる弾性エネルギーは□a である。ばねが a だけ伸びた状態で静かに手をはなすと小球は振動を始める。力学的エネルギーの保存を考慮すると、ばねが自然の長さになったときの小球の速さ u_0 は□b である。また、手をはなしてからばねの伸びがふたたび最大になるまでの時間 T_0 は□c である。これより、 a 、 u_0 、 T_0 の間には□アの関係が成り立つことがわかる。

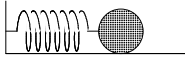


図 1

[解答群]

[1] $u_0 = \frac{2\pi a}{T_0}$ [2] $u_0 = \frac{\pi a}{T_0}$ [3] $u_0 = \frac{a}{\pi T_0}$ [4] $u_0 = \frac{a}{2\pi T_0}$

[B] 前問と同じばねを 2 本用意し、四角柱状の容器 (質量 $2m$) に図 2 のように質量 m の小球とともに取り付ける。容器を水平な台の上に置いて、ばねが水平面と平行になるようにすると、小球は容器のちょうど中央の位置でつりあう。容器の内壁はなめらかで、小球は一直線上に並んだばねにそって動くものとする。また、このつりあいの位置で 2 本のばねはともに自然の長さであるとする。

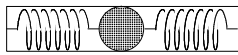


図 2

(1) この装置を 90° 傾けて、ばねが鉛直軸にそうように容器を固定する。重力加速度の大きさを g とすると、小球は、容器の中央から□d だけずれた位置でつりあう。次に、この小球をゆっくり容器の中央までもどすと、2 本のばねの弾性エネルギーの和は□e 減少し、重力による小球の位置エネルギーは□f 増加する。そのまま静かに小球をはなすと、小球は容器内で振動し始める。力学的エネルギーの保存を考慮すると、小球の速さの最大値 u_1 は□g となる。また、この振動の周期 T_1 は T_0 の□イ 倍となる。

[解答群]

[1] 1 [2] 2 [3] 3 [4] 4 [5] $\frac{1}{2}$ [6] $\frac{3}{2}$ [7] $\frac{1}{3}$ [8] $\frac{2}{3}$
[9] $\frac{4}{3}$ [10] $\frac{1}{4}$ [11] $\frac{3}{4}$ [12] $\frac{1}{6}$ [13] $\sqrt{2}$ [14] $\sqrt{3}$
[15] $\sqrt{6}$ [16] $\sqrt{\frac{1}{2}}$ [17] $\sqrt{\frac{3}{2}}$ [18] $\sqrt{\frac{1}{3}}$ [19] $\sqrt{\frac{2}{3}}$
[20] $\frac{2}{\sqrt{3}}$ [21] $\frac{\sqrt{3}}{2}$ [22] $\sqrt{\frac{1}{6}}$

(2) ふたたび、装置をなめらかで水平な台の上に置いて、ばねが水平面と平行になるようにし、小球をつりあいの位置に静止させる。この状態で容器のみに、ばねにそ

った方向の撃力 (短時間だけ作用する強い力) を加える。撃力が加わった直後、容器はばねにそった方向に速さ V_0 で動きだした。これより、撃力による力積の大きさは□ウ $\times mV_0$ であることがわかる。容器が動きだすと同時に、小球は容器に対して振動し始める。容器から見て、小球のつりあいの位置からのずれが最大になる瞬間、小球は容器に対して静止する。このとき容器と小球の速度は同じで、運動量の保存を考慮してその大きさを求めると、□エ $\times V_0$ となる。したがって、容器と小球の運動エネルギーの和は□オ $\times mV_0^2$ であり、力学的エネルギーの保存を考慮すると、2 つのばねの弾性エネルギーの和はつりあいの位置と比べて□カ $\times mV_0^2$ だけ増加することがわかる。このばねの弾性エネルギーを用いて、つりあいの位置からのずれの最大値 X を求めると□キ $\times \sqrt{\frac{m}{k}} V_0$ となる。容器に対する小球の運動の周期 T_2 と V_0 、 X の間に (ア) と同様の関係が成り立つと考えると、 T_2 は T_0 の□ク 倍と推測できる。

[解答群]

[1] 1 [2] 2 [3] 3 [4] 4 [5] $\frac{1}{2}$ [6] $\frac{3}{2}$ [7] $\frac{1}{3}$ [8] $\frac{2}{3}$
[9] $\frac{4}{3}$ [10] $\frac{1}{4}$ [11] $\frac{3}{4}$ [12] $\frac{1}{6}$ [13] $\sqrt{2}$ [14] $\sqrt{3}$
[15] $\sqrt{6}$ [16] $\sqrt{\frac{1}{2}}$ [17] $\sqrt{\frac{3}{2}}$ [18] $\sqrt{\frac{1}{3}}$ [19] $\sqrt{\frac{2}{3}}$
[20] $\frac{2}{\sqrt{3}}$ [21] $\frac{\sqrt{3}}{2}$ [22] $\sqrt{\frac{1}{6}}$

44 [2008 関西学院大]

図 1 のように、なめらかで水平な床の上に置かれた、支柱、ばね、物体 1、質量 M の薄い板と、質量 m の物体 2 は、板の上面に立てられた支柱と、ばね定数 k のばねにより、おたがい結び付けられている。同じく床上に置かれている物体 2 の質量は $M+m$ である。水平面内の、支柱から物体 2 に向かう向きを x 軸の正の向きとし、速度、加速度、力もこの向きを正とする。物体 1 と物体 2 の大きさ、支柱とばねの質量、物体 1 と板との摩擦、空気抵抗は無視できるものとして、次の (1)~(4) に答えよ。なお物体 1 はつねに板上で運動し、支柱に衝突することはない、物体 1、物体 2、板の運動はすべて図の紙面に平行な面内に限られるものとする。

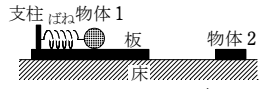


図 1

(1) 板を床に固定した状態で物体 1 を x 軸の正の向きに引き、物体 1 と支柱との間隔をばねの自然の長さよりも大きくしてから静かに手をはなすと、物体 1 は単振動する。振動の周期を記せ。
(2) 板と物体 1 のそれぞれが x 軸の正の向きに一定の速度 (速さ V_0) で運動している際、物体 2 にこれらと逆向きで同じ速さの速度を与え、床上で板と物体 2 を完全非弾性衝突させた。
(a) 衝突直後の、板と物体 1 の速度はそれぞれいくらになるか。
(b) 支柱から見た物体 1 の振動の振幅を求めよ。
(3) 板から物体 2 を取り除き、板を床に固定した。さらに物体 1 と支柱との間隔をばねの自然の長さよりも小さくして物体 1 を固定した。その後、板と物体 1 の固定を解除すると同時に、板に x 軸の正の向きに一定の大きさの力を与えたところ、板と物体 1 はともに等しい大きさの一定の加速度 a_0 を得た。
(a) ばねの長さを、自然の長さよりどれだけ小さくしておく必要があるか。
(b) 板と物体 1 の速さが V_0 になった瞬間に板に与えていた力を 0 にしたところ、板と物体 1 は振動を始めた。支柱に対する物体 1 の振動の振幅を測定したら、(2) (b) で求めた振幅と同じであった。板に与えていた力の大きさを M 、 m 、 k 、 V_0 を用いて表せ。

(4) 図 2 のように板を角度 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) だけ傾けて床に固定した。この結果ばねは自然の長さよりも伸びて、つりあった。重力加速度の大きさを g とする。

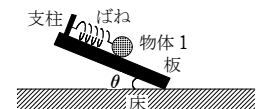


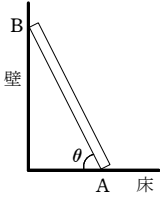
図 2

(a) ばねはどれだけ伸びたか。
物体 1 を板にそって引くことで、ばねをさらに A だけ伸ばしてから、静かにはなしたところ物体 1 は単振動した。
(b) 物体 1 の力学的エネルギーを A 、 k 、 m 、 θ 、 g で表せ。ただし、重力による位置エネルギーは図 2 の状態で、ばねが自然の長さにある位置を基準とする。

45 [2007 立命館大]

次の文章を読み、(ア)には適切な語句を記入せよ。また (あ)～(き)に適切な数式を記入せよ。

図のように、質量 m 、長さ l の十分に細い一様な剛体棒を水平な床の上にのせ、鉛直な壁に立てかけた場合を考える。床と棒の間には摩擦力がはたらき、鉛直な壁と棒の間には摩擦力がはたらかないとする。棒には重力が鉛直下向きにはたらき、重力加速度の大きさを g とする。

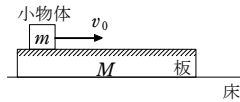


- (1) 剛体にはたらく力は大きさと向きだけでは決まらず、
[ア] を要素としてもつ量である。これを大きさ・向きとあわせて力の 3 要素という。
- (2) 棒が床と接する点を A、壁と接する点を B とし、棒が点 A で床となす角を θ とする。棒が床から受ける垂直抗力の大きさを N 、壁から受ける垂直抗力の大きさを N' とし、棒が床から受ける摩擦力の大きさを F とする。棒が静止している状態で、垂直方向の力のつりあいの式は [あ]、水平方向の力のつりあいの式は [い] となる。次に、点 B のまわりの力のモーメントについて考える。重力のモーメントの大きさは [う]、垂直抗力 N のモーメントの大きさは [え]、摩擦力のモーメントの大きさは [お] である。棒が静止している状態では、力のモーメントの和は 0 になる。力のつりあいとモーメントのつりあいの式を解くことにより、摩擦力 F の大きさは $F =$ [か] となる。
- (3) 床と棒の間の角度が小さくなると棒は静止した状態であることができず、すべり落ちる。静止摩擦係数を μ としたとき、棒がすべらずに静止した状態である限界の角 θ_0 と静止摩擦係数との関係は $\mu =$ [き] で与えられる。

46 [2007 関西大]

次の文の (ア)、(イ)に入れるのに最も適当な式を記せ。また、(ウ)～(オ)に入れるのに最も適当な式を文末の解答群から選び、その記号を書け。

図のように、なめらかで水平な床面上に、厚さが一様で質量が M の板を置き、その左端に質量が m の小物体をのせた。板や小物体の運動は一直線上で行われるものとする。



板を移動しないように固定したのち、小物体に右向きに初速 v_0 を与えたところ、小物体は板上を距離 l だけすべって静止した。板と小物体との間の動摩擦力の大きさは [ア] で、小物体に初速 v_0 を与えてから板上で静止するまでの時間は [イ] である。

次に、ふたたび全体を静止させ、板が自由に移動できるようにして、小物体だけに右向きに初速 v_0 を与えた。このとき板と床の間の摩擦はないものとする。初速を与えてから時間 t が経過したとき、小物体は板に対して静止した。板と小物体との間の動摩擦力の大きさを f として、時間 t を f などを用いて表すと $t =$ [ウ] である。また、小物体が板に対して静止したときの板の速さ V は $V =$ [エ] であり、初速を与えてから小物体が板に対して静止するまでに板に対してすべった距離 S は、仕事とエネルギーの関係より、 f や V などを用いて表すと $S =$ [オ] である。

[解答群]

- | | | | |
|-----------------------------|---------------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| ① $\frac{Mv_0}{mf}$ | ② $\frac{mv_0}{Mf}$ | ③ $\frac{Mmv_0}{(M+m)f}$ | ④ $\frac{Mmv_0}{(M-m)f}$ |
| ⑤ $\frac{M}{m}v_0$ | ⑥ $\frac{m}{M}v_0$ | ⑦ $\frac{M-m}{2}v_0$ | ⑧ $\frac{M+m}{2}v_0$ |
| ⑨ $(M-m)v_0$ | ⑩ $\frac{m}{M+m}v_0$ | ⑪ $\frac{mv_0^2 - MV^2}{2f}$ | ⑫ $\frac{mv_0^2 - (M+m)V^2}{2f}$ |
| ⑬ $\frac{mv_0^2 - MV^2}{f}$ | ⑭ $\frac{mv_0^2 - (M+m)V^2}{f}$ | | |

47 [2007 立教大]

図のように、水平な床の上に置かれた物体と台車
が、自然長 l 、ばね定数 k のばねで結合されている。物体の質量は m であり、ばねの質量、物体および台車の大きさは無視できるものとし、重力加速度の大きさを g とする。下記の文では、図の矢印の向きを速度の正の向きとする。



[A] なめらかな床の上に物体と台車が静止している。このとき、ばねの長さは l であった。時刻 $t = 0$ で台車を速度 V_1 ($V_1 > 0$) で動かすはじめ、その後、台車の速度を V_1 に保った。これを台車とともに運動する観測者 O から見るものとする。観測者 O から見ると台車の速度の大きさはつねに 0 であり、時刻 $t = 0$ で物体は初速度 [ア] で運

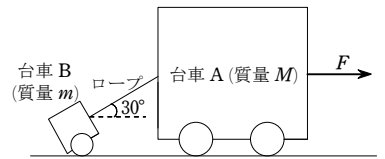
動を始める。その後の運動におけるばねの最大長は $l +$ [イ] であり、観測者 O から見た物体の速さの最大値は [ウ] である。台車が運動を始めてから、ばねの長さが初めて最も短くなるまでの時間は [エ] である。

[B] 床はなめらかではないとし、物体と床との間の動摩擦係数を μ' とする。時刻 $t = 0$ で台車を速度 V_2 ($V_2 > 0$) で動かすはじめると同時に、物体に初速度 V_2 を与えた。このとき、ばねの長さは l であった。その後、台車の速度 V_2 を一定に保つと、物体は床に静止することなく運動を続けた。この最後の条件から、床に静止した観測者から見た物体の速度の向きは変化しないことになるため、物体にはたらく摩擦力の向きはつねに台車から物体に向かう向きであり、その大きさは [オ] で変化しない。したがって、台車とともに運動する観測者 O から見ると、物体は初速度 [カ] の単振動をすることになる。その後の運動におけるばねの最大長は $l +$ [キ] であり、観測者 O から見た物体の速さの最大値は V_3 である。台車が動きはじめてから、ばねの長さが初めて最も長くなるまでの時間は [ク] である。

- (1) 文中の空所 [ア]～[ク] それぞれにあてはまる数式または数値を求めよ。
- (2) 文中の下線部 V_3 を求めよ。

48 [2006 学習院大]

図のように、質量 M の台車 A と質量 m の台車 B がたがいにロープでつながれて水平な床の上に置かれている。台車 A のロープの取り付け位置は、台車 B のロープの取り付け位置よりも高いところにあるため、台車をつなぐロープは床に対して 30°



傾いている。ロープのたるみはなく、ロープの質量は無視できるとする。台車 A を水平方向に大きさ F の力で引っ張ると、台車 A と台車 B はともに加速度 a の等加速度運動を始めた。台車に付いている車輪の質量および摩擦は無視できるとする。また、重力加速度の大きさを g とする。次の問いに答えよ。

- (1) 台車 A の水平方向についての運動方程式を書け。ただし、ロープの張力を T とする。
- (2) 台車 A の鉛直方向についての力のつりあいの式を書け。ただし、台車 A が床から受ける垂直抗力を N_A とする。
- (3) 台車 B の水平方向についての運動方程式を書け。
- (4) 台車 B の鉛直方向についての力のつりあいの式を書け。ただし、台車 B が床から受ける垂直抗力を N_B とする。
- (5) ロープの張力 T を M 、 m 、 F を用いて表せ。
- (6) 台車 A を引っ張る力が大きすぎると、台車 B は床から浮き上がってしまう。台車 B が床から離れないような加速度の最大値 a_0 はいくらか。

49 [2006 法政大]

次の文の [] に入れるべき式を求めよ。なお、重力加速度の大きさを g とする。

図 1 に示すように、あらい水平な床面に質量 $2m$ の直方体の物体 A がおかれ、

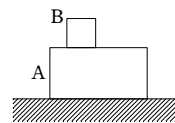


図 1

その上に質量 m の直方体の物体 B がおかれて静止している。ここで、物体 A と床面の間の静止摩擦係数を μ_1 、動摩擦係数を μ_2 、物体 A と物体 B の間の静止摩擦係数を μ_3 、動摩擦係数を μ_4 とする。このとき、物体 B は物体 A から大きさ [ア] の垂直抗力を、物体 A は床面から大きさ [イ] の垂直抗力を受けている。

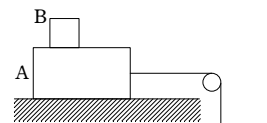


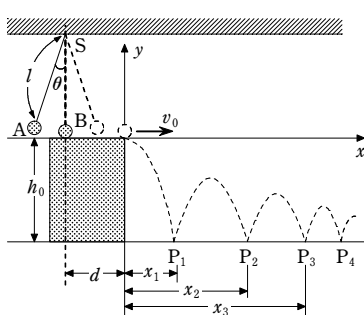
図 2

次に図 2 に示すように、物体 A と質量 $3m$ のおもり C を伸び縮みしない糸でつなぎ、その糸をなめらかな滑車にかけ、物体 A を水平に引くようにして、静かにおもり C から手を離れたところ、物体 A と物体 B は一体となって動きはじめた。このとき物体 A の床面に対する加速度の大きさは [ウ]、糸の張力の大きさは [エ] であり、物体 B にはたらく摩擦力の大きさは [オ] である。さらにおもり C の質量を少しずつ大きくしながら同様の実験をくり返したとき、物体 B が物体 A の上をすべりはじめるのは、おもり C の質量が [カ] をこえた場合である。このときすべりはじめた物体 B の床面に対する加速度の大きさは [キ] となる。

50 [2006 関西大]

次の文の a ~ c に入れるのに最も適当な数, 式を求めよ。
 d は該当する図を描け。また,
 ア ~ キ には各問の文末の解答群から最も適当なものを選べ。ただし, 同じものを2回以上用いてもよい。

図のように, 床の上に高さ h_0 の台が固定されている。天井と台の上面との距離は l である。台の右縁から d だけ離れた地点に質量 m_B の小球 B を置き, その真上の天井の点 S に振り子の支点を設けて長さ l の伸びない軽い糸で質量 m_A の小球 A をつるした。台の右縁に原点を設け, S を通る鉛直面内水平方向右向きに x 軸, 鉛直方向上向きに y 軸をとる。以下の運動では, 小球は $x-y$ 面内だけを運動するものとし, 台の上面および床面はなめらかであるとする。また, A と B の間のはねかえり係数 (反発係数) を e_{AB} , B と床との間のはねかえり係数を e , 重力加速度の大きさを g とする。



- (1) 糸がたるまないようにして, A を鉛直線と十分小さな角 θ をなす点まで持ち上げてから静かに手をはなした。A は l を半径とする円周上を運動し, 台上に置いた B に衝突した。衝突した後, A は振り子運動を続け, B は台の上をすべって台の右縁から速さ v_0 で水平右向きに飛び出した。

手をはなす前の A の高さは台の上面から ア である。A が B に衝突する直前の速度 v_A は イ となり, 衝突直後の B の速度は ウ となる。衝突直後, A と B が同じ向きに運動するための条件は エ である。振り子 A の周期を T とすると, A が B に衝突してから再び S を通る鉛直線の位置に戻るまでに要する時間は a $\times T$ である。

【解答群】

- | | | |
|--|--|--|
| ① $l \sin \theta$ | ② $l \cos \theta$ | ③ $l(1 - \sin \theta)$ |
| ④ $l(1 - \cos \theta)$ | ⑤ $\sqrt{gl(1 - \sin \theta)}$ | ⑥ $-\sqrt{gl(1 - \sin \theta)}$ |
| ⑦ $\sqrt{gl(1 - \cos \theta)}$ | ⑧ $-\sqrt{gl(1 - \cos \theta)}$ | ⑨ $\sqrt{2gl(1 - \sin \theta)}$ |
| ⑩ $-\sqrt{2gl(1 - \sin \theta)}$ | ⑪ $\sqrt{2gl(1 - \cos \theta)}$ | ⑫ $-\sqrt{2gl(1 - \cos \theta)}$ |
| ⑬ $(1 + e_{AB}) \frac{m_A v_A}{m_A + m_B}$ | ⑭ $(1 + e_{AB}) \frac{m_A v_A}{m_A - m_B}$ | ⑮ $(1 - e_{AB}) \frac{m_A v_A}{m_A + m_B}$ |
| ⑯ $(1 - e_{AB}) \frac{m_A v_A}{m_A - m_B}$ | ⑰ $m_A < e_{AB} m_B$ | ⑱ $m_A > e_{AB} m_B$ |
| ⑲ $e_{AB} m_A < m_B$ | ⑳ $e_{AB} m_A > m_B$ | ㉑ $\frac{m_A + e_{AB} m_B}{m_A - m_B} < 0$ |
| ㉒ $\frac{m_A + e_{AB} m_B}{m_A - m_B} > 0$ | | |

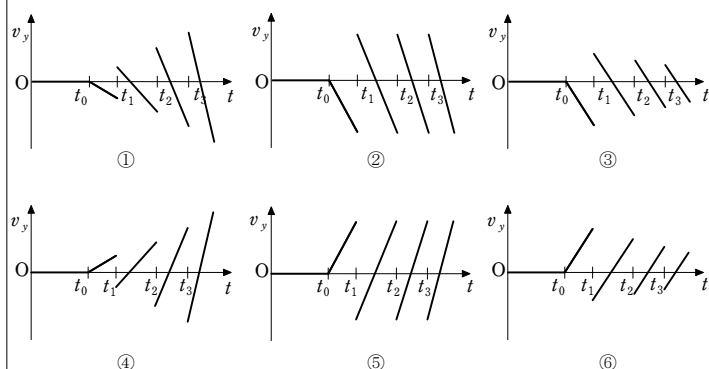
- (2) 台の縁から速さ v_0 で水平に飛び出した B は, 床面に衝突してはね上がる運動をくりかえした。 n 回目に衝突する地点 P_n の x 座標を x_n とする。

P_1 の地点に衝突する直前の速度の鉛直成分 v_{y1} は b である。 P_1 の地点ではねかえるときに B が床から与えられた力積の大きさは オ で向きは カ である。B と床とのはねかえり係数 e を x_1, x_2, x_3 で表すと c となる。

【解答群】

- | | | |
|---|--------------------------|---|
| ① $(1 + e) m_B v_{y1} $ | ② $(1 - e) m_B v_{y1} $ | ③ $\left(\frac{1}{e} + 1\right) m_B v_{y1} $ |
| ④ $\left(\frac{1}{e} - 1\right) m_B v_{y1} $ | ⑤ y 軸の正の向き | ⑥ y 軸の負の向き |
| ⑦ 小球が床に衝突する直前の速度と逆の向き | | |
| ⑧ 小球が床に衝突してはねかえった直後の速度と同じ向き | | |
- (3) A と B が衝突した時刻を $t = 0$, B が台の縁から水平に飛び出す時刻を t_0 , n 回目に床に衝突する時刻を t_n として, B の位置の x 座標と時刻 t との関係を表すグラフは d となる。ただし, グラフを描くときには, 直線, 曲線, 折れ曲がり等の区別を明確にすること。また, 速度の鉛直成分 v_y と時刻 t との関係を表すグラフは キ のようになる。

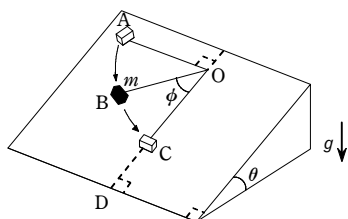
【解答群】



51 [2006 関西大]

次の文の a h に入れるのに最も適当な式を求めよ。また、 ア ク には、各問の文末にある解答群から最も適当なものを選べ。ただし、同じものを 2 回以上用いてもよい。

水平面に対し角度 θ をなす斜面がある。一端に質量 m の小さなおもりが付いた長さ l の糸の他端を斜面上の点 O に固定する。おもりは点 O を中心にした斜面上の円軌道上を糸をたるませることなく動くことができる。以下では重力加速度の大きさを g 、おもりと斜面の間の静止摩擦係数を μ_0 、動摩擦係数を μ 、円周率を π とする。



- (1) 最初、点 O と同じ高さにあり点 O から距離 l の点 A におもりを置き、静かにはなした。おもりは点 A から円軌道にそって斜面上をすべりはじめた。

点 A でおもりが動きはじめる瞬間について考えてみる。おもりの加速度の向きにかかる重力の成分 $mg \times$ ア が、静止摩擦力の大きさの最大値 $\mu_0 mg \times$ イ を超えていたためおもりは点 A から動きはじめたと考えられる。よって、 μ_0 と θ の間には μ_0 ウ $\tan \theta$ の関係式が成りたつ。

【解答群】

- ① 1 ② $\cos \theta$ ③ $\sin \theta$ ④ $\tan \theta$ ⑤ $>$ ⑥ $=$ ⑦ $<$
(2) おもりは点 A から円軌道にそって斜面上をすべった後、ちょうど点 C で静止した。点 C は点 O を通る最大傾斜線 OD と円軌道の交点である。

この運動の途中、おもりが円軌道上の点 B を通過する際におもりにはたらく力として、重力 mg 、おもりと斜面の間の動摩擦力 F 、糸からの張力 T 、斜面からの垂直抗力 N がある。ただし、 F 、 T 、 N はいずれも 0 以上の値とする。

(A) 斜面に垂直な成分をもつ力は エ と オ である。

(B) 糸の向きに成分をもつ力は エ と カ である。

(C) おもりが描く円軌道の接線方向に成分をもつ力は エ と キ である。

OB と OC のなす角を ϕ とすると、おもりにはたらくこれら力の和は m 、 g 、 θ 、 ϕ 、 F 、 T 、 N を用いて次のように表すことができる。

斜面に垂直な成分 (斜面に垂直上向きに正) $f_1 =$ a

糸の向きの成分 ($\vec{OB}$ 方向に正) $f_2 =$ b

接線方向成分 (速度の向きに正) $f_3 =$ c

斜面に垂直な方向には力のつりあい が成立するため運動全体をとおして $f_1 = 0$ が成りたち、 N は m 、 g 、 θ を用いて表すことができる。一方、斜面に平行な運動に関して、おもりの軌道は円軌道であるが、軌道の接線方向に加わる力は ϕ に関係し、その運動は ク 運動になる。

【解答群】

- ① 動摩擦力 ② 張力 ③ 垂直抗力 ④ 重力 ⑤ 等速円
⑥ 等加速度円 ⑦ 等減速度円 ⑧ 非等速円 ⑨ 単振動
(3) この運動の結果から動摩擦係数 μ の値を求める。

(A) 点 C でのおもりの位置エネルギーを 0 とすると点 A におけるおもりの位置エネルギー E は m 、 g 、 l 、 θ を用いて $E =$ d と表される。

(B) 円軌道上の点 A から点 C までの道のりは e である。一方、点 B における動摩擦力 F は N と μ を用いて $F =$ f と表される。よって、おもりが点 A から点 C に移動する間に動摩擦力がおもりに対して行った仕事 W は、 m 、 l 、 μ 、 g 、 θ を用いて $W =$ g と表される。

エネルギー保存則から E 、 W の間には $E + W = 0$ が成立する。よって、 μ は θ を用いて表すことができ、 $\mu =$ h となる。

52 [2006 立命館大]

次の ア ～ カ に適切な式を入れよ。

図に示したように、水平距離 L [m] だけ離れたところに 2 台の空中ブランコが天井から等しい長さ a [m] のロープでそれぞれつるされている。ロープとブランコの質量は無

視できるものとし、ブランコに乗る人の大きさも無視できるとする。人の質量を m [kg]、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。ブランコ、および、人に作用する空気抵抗はないものとし、また、人はブランコにぶら下がるものとする。

- (1) まず、鉛直から微小な角度 θ_0 [rad] だけ左に傾けてある

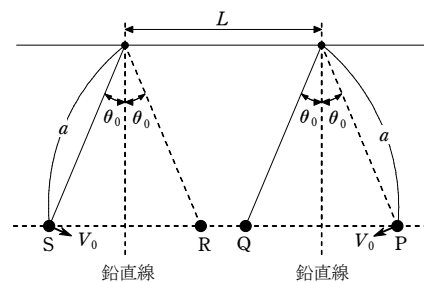
左側のブランコに人が乗り、

ブランコが初速度 0 で自然に動き出した場合を考える。このとき、ブランコの人には重力がはたらき、ロープと直交した接線方向に ア [N] だけの力がはたらく。この力によりブランコは振動し、その周期は イ [s] と求められる。

- (2) 次に、左のブランコから右のブランコに人が飛び移る場合を考えてみよう。

質量 m の飛び手は、左のブランコに乗って、点 S (鉛直線から左に角度 θ_0) から初速度 V_0 [m/s] で右に動き出し、右に角度 θ_0 振れた点 R でブランコから手を離すとする。このときの飛び手の速度は ウ [m/s] であるため、飛び手はその速度で、水平から上向きに角度 エ [rad] で右側に飛び出すことになる。

飛び手が点 S を動き出した後、質量 m の受け手は適当なタイミングをはかって右のブランコの点 P から初速度 V_0 で左側に動き出す。受け手が初めて点 Q を通過するときに飛び手をうまく点 Q でキャッチできるためには、 L は オ [m] でなければならない。また、このようなキャッチがうまくいくためには、受け手は、飛び手が点 S から右に動き出してからちょうど カ [s] 後に点 P から動き出さなければならない。



53 [2005 関西大]

次の文の a ～ h に入れるのに最も適当な数、式を記せ。また、 1 ～ 3 には最も適当なものを [B] の文末の解答群から選び、その記号を記せ。ただし、同じものを 2 回以上用いてもよい。

質量 m の小さな物体 P を、ばね定数が k の軽いばねの一端に取り付けたものを Q とし、ばねの他端を A とする。ばねは長さ方向にのみ伸び縮みするものとし、Q の運動もこの方向のみを考える。また、ばねは十分長いものとする。なお、重力加速度の大きさを g とする。

[A] A 端をもって Q を鉛直につり下げると、Q は静止した。このとき、ばねは自然長から a だけ伸びた状態である。

次に、A 端をもって Q を鉛直上向きに一定の加速度 a で引き上げると、ばねは自然長から b だけ伸びた状態で上昇した。このとき、A 端に加える力の大きさは c である。

[B] 図 1 のように、Q が摩擦のない水平な床の上で、左向きに一定の速さ v で運動している。このとき、ばねは自然長の状態であった。A 端が、この床の左端にある鉛直な壁に達したとき、A 端をその位置で壁に固定した。P はそのまま左向きに運動し、ばねが自然長から 1 $\times v$ だけ縮んだとき P は一瞬静止し、その後右向きに運動し始めた。P は右向きに運動しつづけ、ばねの自然長からの伸びは最大 2 $\times v$ まで達した。ばねの伸びが最大とき、A 端でばねが壁を引く力は、 3 $\times v$ である。

[解答群]

- (ア) 0 (イ) $\sqrt{\frac{k}{m}}$ (ウ) $\sqrt{\frac{m}{k}}$ (エ) $\sqrt{mk}$
 (オ) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$ (カ) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$ (キ) $\frac{1}{2}\sqrt{mk}$ (ク) $2\sqrt{\frac{k}{m}}$
 (ケ) $2\sqrt{\frac{m}{k}}$ (コ) $2\sqrt{mk}$

[C] 図 2 のように、Q を鉛直にして、ばねが自然長の状態で、静かに落下させた。最初、A 端の床からの高さは b であった。この後、A 端が床に達するまでの時間は d であり、床に達する直前の Q の速さは e であった。

A 端が床に達した後、ばねは床に接した状態のまま自然長から c だけ縮んだ後に、P は鉛直上向きに運動し始めた。 $c = \frac{b}{3}$ の関係があるとき、ばね定数 k を m と b を用いて表すと、 $k = \text{input type="text"/> f \text{input type="text"/>$ が成りたつ。

その後、A 端が床から離れるのは、ばねの自然長からの伸びが g のときで、そのときの P の速さは h であった。

54 [2005 法政大]

次の文の に入れるべき式、数値を記せ。なお、重力加速度の大きさを g とする。

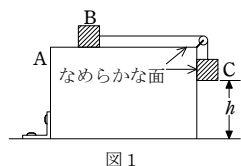


図 1

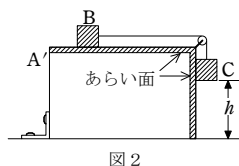


図 2

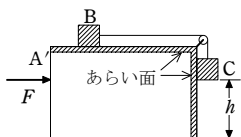


図 3

図 1 に示すように、上面と側面がなめらかな平面である直方体の台 A を床面に固定し、質量 m の 2 物体 B、C をつなぐ軽い糸を台の端の小滑車につけ、物体 B を台 A の上面にのせて手で押さえ、物体 C を台 A の側面に接して高さ h の位置につり下げる。物体 B を押さえいていた手を離すと、物体 C は鉛直方向に大きさ ア の加速度で降下し、両者をむすぶ糸の張力の大きさは イ となる。このとき、物体 C が床面に達するまでにかかった時間を t_1 とする。

次に図 2 に示すように、台 A の上面と側面に表面のあらい薄板を張った質量 $10m$ の台 A' を床面に固定し、同様にして上面にのせた物体 B から手を離し、糸でつないだ物

体 C を同じ高さ h の位置から降下させた。薄板と物体 B との間の動摩擦係数を μ' とすると、物体 C が鉛直方向に降下する加速度の大きさは ウ となり、糸の張力は エ となる。物体 C が床面に達するまでにかかった時間 t_2 が $t_2 = 1.2 \times t_1$ であったとすると、動摩擦係数 μ' の値は オ となる。

次に、この台 A' をなめらかな水平床面におき、図 3 に示すように矢印の向きに力 F を加えて、一定の大きさ $0.2g$ の加速度で台 A' を床面上をすべらせた。同時に、上面にのせた物体 B から手を離れたところ、糸でつながれた物体 C は高さ h の位置からゆっくり降下して床面に達した。このとき、台 A' に対する物体 B の水平方向の運動は、糸の張力、台 A' との摩擦力のほか、台 A' が加速度をもつことによる慣性力によって決まる。また、物体 C が鉛直方向の運動は、重力、糸の張力のほか、台 A' の側面との間の摩擦力によって決まる。側面と物体 C との間の動摩擦係数は μ' と等しい。その結果、物体 C が鉛直方向に降下する加速度の大きさは カ となる。また、そのために台 A' に加えるべき力 F の大きさは キ と求まる。

55 [2004 同志社大]

次の文中の空欄(ア)～(キ)にあてはまる式を記せ。また、空欄(a)にあてはまる文を解答群から選び、その番号を記せ。

水平な床の上で、質量 m_1 の台車と質量 m_2 の物体を軽いひも A で水平につなぐ。床と台車の間の摩擦は無視できるが、床と物体の間の摩擦は無視できず、その静止摩擦係数は μ 、動摩擦係数は μ' である。重力加速度の大きさを g とする。以下では、台車も物体も傾かず、ひも A はたるまないとする。

図 1 に示すように台車にとりつけられた軽いひも B を水平と角 θ をなす向きに引く。ひも B を引く力の大きさが F_1 で、台車が止まっているとき、ひも A の張力の大きさは ア で、床が

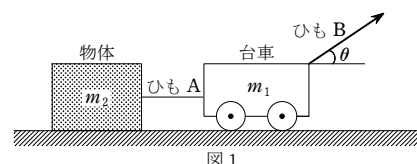


図 1

台車におよぼす垂直抗力の大きさは イ である。ひも B を引く力を大きくし、力の大きさが ウ を越えたとき、台車と物体は動き始めた。さらに力を大きくし、力の大きさが F_2 となったとき、台車は加速度 エ で運動した。

次に、図 2 に示すように台車と物体をひも A でつないだままその位置を入れ替える。物体にとりつけた軽いひも C を水平と角 θ をなす向きに引く。ひも C を引く力の大きさが F_3 で、台車が止まっているとき、床が物体におよぼす垂直抗力の大きさは オ である。ひも C を引く力を大きくし、力の大きさが カ を越えるとき、台車と物体は動き始めた。さらに力を大きくし、力の大きさが F_4 となったとき、ひも A の張力の大きさは キ となった。

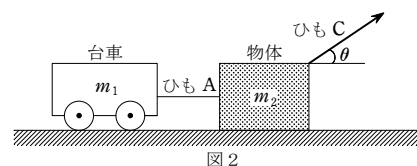


図 2

物体が動き始めるときの力の大きさは、ひも C を引く角 θ の値によって異なり、角 θ の値を 0 から次第に大きくすると、この力は a 。

[解答群]

- ① 大きくなる ② 小さくなる ③ ある角度で最大となった後に小さくなる
 ④ ある角度で最小となった後に大きくなる

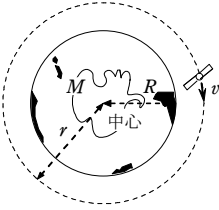
56 [2004 法政大]

次の文の に入れるべき式、数値を記せ。

計算上必要があれば、**62.72** と **0.653** の平方根をそれぞれ **7.9** と **0.81**、円周率 π を **3.14** とせよ。解答の数値は有効数字 **2** 桁で示せ。

質量 M の物体と質量 m の物体とが距離 r をへだてて存在するとき、それらはたがいに引きあう。この力を万有引力という。万有引力定数を G としたとき万有引力は M , m , r , G を用いて で与えられる。万有引力定数 G はキャベンディッシュが地上の実験室で測定し $6.7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ となった。地球の半径 R は $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ と測定され、地上の重力加速度の大きさ g は振り子の振動周期から測定でき 9.8 m/s^2 となる。この重力加速度は地球の自転による遠心力と地球と地上の物体の間の万有引力による。地球は **24** 時間で自転しその公転を無視すると地球の回転角速度 ω は $7.3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ となる。赤道上での遠心力による加速度は R と ω で表すと となり、数値を代入すると遠心力による加速度は $3.4 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$ となり重力加速度の大きさ 9.8 m/s^2 に対して無視できる。よって地上の重力加速度 g はほぼ万有引力によって定まり、 G , R と地球の質量 M より、 $g = \text{}$ と与えられる。上の関係式と測定結果より地球の質量を求めると $M = \text{}$ kg となる。

図に示すように、赤道を含む面内で半径 r ($\geq R$) の円軌道をまわる人工衛星がある。人工衛星の速さ v は R , g , r により $v = \text{}$ となる。これより人工衛星の速さは軌道の半径が小さくなるほど大きくなり、地上すれすれの軌道をまわる人工衛星は最も速い。この最も速い人工衛星が軌道を一周するために要する時間は 時間となる。地球の自転方向に **24** 時間で一周する人工衛星は地上から見ると静止して見える。この人工衛星の軌道半径 r は、人工衛星の軌道をまわる角速度 ω_s , g , R を用いて キ となる。



57 [2003 同志社大]

次の文中の空欄(ア)～(オ)にあてはまる数値または式を書け。また空欄(a)～(d)にあてはまる語句を解答群から選べ。同じ番号を複数回用いてもよい。

自動車(以下、車という)が道路上を走行するときに、道路から車にはたらく力について考える。ただし、車体を受ける空気抵抗を無視し、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。図1に示すように、点 O を中心とする半径 100 m の水平な環状道路がある。図2に示すように、この道路上を質量 1000 kg の車が一定の速さ 20 m/s で走行している。このとき、車に対して道路から大きさ N (ニュートン) の摩擦力がはたらき、その方向は **a** である。

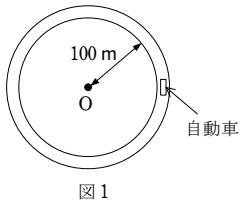


図1

この道路のある区間がぬれていた。ぬれた道路とタイヤとの静止摩擦係数は **0.2** である。このぬれた区間を通過するとき、車がスリップしないためには、車の速さはあらかじめ m/s 以下に減速しておかなければならない。ぬれた区間を通過した後、車が少し加速した。この加速中に、道路から車にはたらく摩擦力の方向は **b** である。

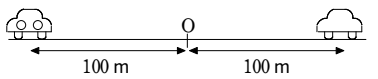


図2

次に、道路が図3のように水平面から角 θ [rad] 傾いて、円周の外側に向かって高くなっている場合を考える。この半径 r [m] の円周上を質量 m [kg] の車が一定の速さ v [m/s] で走行している。重力加速度の大きさを g [m/s²]、道路から車にはたらく垂直抗力の大きさを R [N]、摩擦力の大きさを F [N] とする。車には重力、垂直抗力、摩擦力、遠心力の4つの力がはたらいてつりあっていると考えると、 m , r , v , g , θ を用いて、 $R = \text{}$ と表され、 $F = \text{}$ と表される。したがって、道路とタイヤとの静止摩擦係数を μ とすると、車が円周の外に向かってスリップしないための速度の条件は、 r , g , μ , θ を用いて、 $v < \text{}$ と表される。 θ が **c** ほど、また μ が **d** ほど、車は外側にスリップしやすくなる。

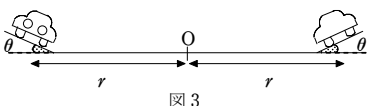


図3

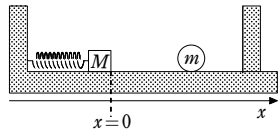
[解答群]

- | | |
|---------------|----------------------|
| ① 前方(車の進行方向) | ② 後方(車の進行方向に対して逆向き) |
| ③ 内向き(円の中心方向) | ④ 外向き(円の中心方向に対して逆向き) |
| ⑤ 内向き斜め前方 | ⑥ 内向き斜め後方 |
| ⑦ 外向き斜め前方 | ⑧ 外向き斜め後方 |
| ⑨ 大きい | ⑩ 小さい |

58 [2003 青山学院大]

図のように、ばねの一端におもりをつないで摩擦のない水平な台の上に置き、他端を壁に固定する。このときばねの長さは自然長であり、おもりは静止している。このおもりに右から進んできた球が衝突し、はね返った球は右に進み、壁と衝突して向きを変え、再びおもりと衝突する。右側の壁の位置を調整することによって、おもりと球が衝突するタイミングを変えることができるようになっている。衝突はすべて弾性衝突であり、おもりと球の質量はそれぞれ M と m である。また、ばね定数を K とする。最初の衝突前のおもりの位置を $x=0$ として右向きに x 軸をとり、以下の問に答えよ。

- 1 回目の衝突では、球は速さ v で左向きに進んできて、静止しているおもりと衝突した。衝突直後に球とおもりそれぞれがもつ x 軸方向の速度を求めよ。
- 1 回目の衝突直後に球が右向きに進むための条件は何か。
- 1 回目の衝突が起こった時刻を $t=0$ とする。1 回目の衝突後、2 回目の衝突が起こるまでの任意の時刻 t におけるおもりの位置 x は、どのような式で表されるか。
- おもりの振動の周期を T とする。右側の壁の位置を調整して、はね返ってきた球が時刻 $\frac{1}{2}T$ におもりと2 回目の衝突をするようにした。衝突直後に球とおもりそれぞれがもつ x 軸方向の速度を求めよ。
- 2 回目の衝突が時刻 T に起こるためには、壁の位置の調整だけでなく質量の間に条件が必要である。それはどのような条件か。
- この条件が成立するとき、2 回目の衝突直後に球とおもりそれぞれがもつ x 軸方向の速度を求めよ。

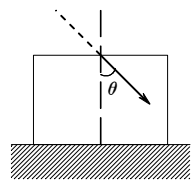


59 [2002 関西大]

次の文の に入れるのに最も適当なものを解答群から選べ。ただし、同じものを2回以上用いてもよい。また、重力加速度の大きさを g とし、空気の抵抗はないものとする。

水平な床の上に質量 m の物体を置く。物体と床との間の静止摩擦係数を μ_0 とする。この物体に、図のように、鉛直方向に対して θ をなす方向から力 F を加えた。物体がすべらないとき、床からの垂直抗力の大きさは **1**、物体と床との間の静止摩擦力の大きさは **2** となる。

θ を変化させたととき、 $\tan \theta$ **3** の範囲では F をいくら大きくしても物体はすべらない。この θ の範囲から少しでもはずれると、 F がある値より大きくなれば物体はすべり始める。物体がすべり始める直前の F の大きさは **4** である。



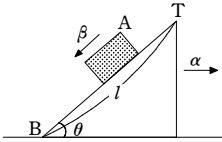
[解答群]

- | | | |
|--|--|--|
| ① mg | ② $\mu_0 mg$ | ③ $F \sin \theta$ |
| ④ $F \cos \theta$ | ⑤ $\mu_0 F \sin \theta$ | ⑥ $\mu_0 F \cos \theta$ |
| ⑦ $F \sin \theta + mg$ | ⑧ $F \cos \theta + mg$ | ⑨ $\mu_0 (F \sin \theta + mg)$ |
| ⑩ $\mu_0 (F \cos \theta + mg)$ | ⑪ $\frac{\mu_0 mg}{\sin \theta - \mu_0 \cos \theta}$ | ⑫ $\frac{\mu_0 mg}{\sin \theta + \mu_0 \cos \theta}$ |
| ⑬ $\frac{\mu_0 mg}{\cos \theta - \mu_0 \sin \theta}$ | ⑭ $\frac{\mu_0 mg}{\cos \theta + \mu_0 \sin \theta}$ | ⑮ $\leq \frac{1}{2} \mu_0$ |
| ⑯ $\geq \frac{1}{2} \mu_0$ | ⑰ $\leq \mu_0$ | ⑱ $\geq \mu_0$ |
| ⑲ $\leq 2\mu_0$ | ⑳ $\geq 2\mu_0$ | |

60 [2002 立命館大]

以下の 1 ～ 7 に適切な式を記入せよ。

図のように傾斜角 θ 、斜面の長さ l の断面をもつ質量 M のくさびがあり、なめらかな床の上を水平に動くことができる。質量 m の物体 A が、このくさびの斜面上をなめらかにすべり落ちる。ここで、重力加速度の大きさを g とする。



最初、くさびおよび物体 A は静止している。物体 A がくさびの最上部 T からすべり落ちはじめると、くさびは水平方向に一定の加速度 α で動く。ここで、物体 A には、くさびからみて大きさ 1 の慣性力がはたらく。また、物体 A には抗力 R がはたらく。

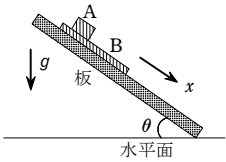
これらのことから、物体 A のくさびに対する相対加速度の斜面に沿う成分を β とすれば、斜面方向に対する運動方程式は 2 で与えられる。また、斜面に垂直方向の運動方程式は 3 となる。さらに、くさびの運動方程式から抗力 R は 4 で与えられる。したがって、くさびおよび物体 A の加速度を m 、 M 、 g 、 θ で表すと、

$\alpha = 5, \beta = 6$

となる。また、物体 A がくさびの最下点 B に到達するまでに、くさびが移動する距離は、 l 、 m 、 M 、 θ を使って 7 で与えられる。

61 [2002 同志社大]

図に示すように、大きな板を水平面と角 θ をなすようにおき、続いて、この板の上に 2 つの直方体 A と B を重ねておいた。 A と B の質量はともに m である。 A と B の間の静止摩擦係数は μ_A 、動摩擦係数は μ_A' 、 B と板面の間の静止摩擦係数は μ_B 、動摩擦係数は μ_B' である。斜面に沿った下向きを x 軸の正方向とする。以下の設問では、 A の全体が常に B 上にあるものとし、重力加速度の大きさを g とする。



角 θ が小さい場合には、 A と B は静止していたが、角 θ をゆっくりと大きくし、 θ_1 をこえたとき、 A だけがすべり始めた。 $\theta = \theta_1$ における力のつりあいから、 $\tan \theta_1 = 7$ となる。 A だけがすべっているときには、角を θ として A が B から受ける垂直抗力の大きさは 8 となり、 A の加速度の大きさは 9 となる。

さらに角 θ を大きくして θ_2 をこえたとき、 B も板面上ですべり始めた。 $\theta = \theta_2$ のとき、 B が板面から受ける垂直抗力の大きさは 10 と表される。また、このとき x 方向の力のつりあいから、 $\tan \theta_2 = 11$ の関係が得られる。 B がすべり始めたとき、角を θ として B の加速度の大きさは 12 である。

62 [2002 関西学院大]

ニュートンの万有引力に関する以下の会話中の 1 ～ 10 に、適当な語句、式、数値を入れよ。計算値は有効数字 2 桁とし、必要な場合は単位も記入せよ。

生徒 A : 今日、物理の授業で万有引力の法則を習ったけど、役に立ちそうもないし、実感がわかないな。

生徒 B : たしかに、日常生活とはかけ離れているようだけど、こうして僕たちが立っているのも、万有引力で地球に引っ張ってもらっているおかげだし、太陽や地球や月の運動を予測できるんだから、やっぱりすごい法則だと思うな。

生徒 A : じゃあ、たとえば地球から月までの距離をその法則を使って求められるかい。一度自分の手で測ってみたかったんだ。もしも家にある道具だけで大ざっぱな距離でも測れたら、その法則のすごさを認めるよ。

生徒 B : 考えてみよう、うーん....

先 生 : 月食を利用してみてはどうか。月が欠け始めてから顔を出すまでの時間 T_1 は、時計さえあれば簡単に測れるだろう。 T_1 時間におおよそ地球の半径 R_0 の 2 倍進んだとすると、月の速さ v は、 $v = 1$ と求められる。

生徒 B : そうか、 v がわかれば、月の軌道を円と仮定して、万有引力と 2 のつりあいの式を書けばいいぞ。月までの距離を R_0 の x 倍として、万有引力定数 G 、地球の質量 M を使って、 $x = 3$ と表せるぞ。やったー。あれ、月の質量はいらないのかな。

生徒 A : ちょっと待ってくれよ。地球の半径も、万有引力定数も、地球の質量も自分で測らなくっちゃ。

生徒 B :

先 生 : 重力加速度 g の値は、地表面での単位質量にはたらく地球による万有引力と同じだから、 $g = 4$ でしょ。

生徒 B : なるほど、 g を使って式を変形すると..... 月までの距離 R は、

$R = xR_0 = 5$ だ。 T_1 を測ったら簡単に求められるじゃないか。

生徒 A : 待て待て。 g も特別な装置を使わないで測らなくっちゃ。

生徒 B : それは簡単さ。玉を落として、ストップウォッチで落下時間を計測すればいいのさ。早速やってみよう。

生徒 A 、 B 、ビー玉を 2 階から落として、地面に落ちるまでの時間を 10 回測る。

結果の表

	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目	6 回目	7 回目	8 回目	9 回目	10 回目
測定時間 (秒)	0.92	0.89	0.94	0.87	0.91	0.95	0.92	0.85	0.91	0.94

生徒 B : 2 階から地面までの高さは 4 m だから、この表から g の値は、およそ 6 と計算できる。

先 生 : 糸の長さ l の単振り子の周期 T を測って、 $g = 7$ という式で計算すれば、もっと精度よく g が求められるよ。単振り子は、周期が振幅によらないんだよ。これを単振り子の 8 というんだ。

生徒 B : 2000 年の 7 月に 20 世紀最長の皆既月食が日本で見られたのを覚えているかい。部分食が始まったのが 16 日 20 時 57 分で、皆既食が終わったのが 23 時 49 分だったから、月までの距離は、おおよそ 9 と計算できたぞ。本に載っている値とはかなり違っているけど、けたは合っているな。

先 生 : もう 1 つ、月が地球のまわりを回る公転周期 T_0 と月の速さ v の関係を使えば、 T_0 と T_1 から $R_0 = 10$ という式を導ける。満月から満月までの期間から T_0 を約 28 日とすれば、地球の半径も計算できてしまうね。この計算も粗い計算だけれど、こうした近似計算をして物理法則を理解することも物事を考える道筋として大事だと思うよ。

生徒 B : 巻尺とストップウォッチだけで月までの距離が測れるんだから、やっぱり法則はすごい。

生徒 A : 知は力なりというわけか。

63 [2002 法政大]

水平方向に速さ v [m/s] で飛んできた質量 m [kg] のボールをバットで打ったところ、ボールは水平から 45° 上方に打ち返された。打ち返された直後、ボールの速度の垂直成分の大きさは $2v$ [m/s] であった。次の各問いに答えよ。

- 打ち返された直後のボールの速さを求めよ。
- ボールがバットからされた仕事の大きさを求めよ。
- バットがボールに与えた力積の大きさを求めよ。
- バットがボールに与えた力積の向きが、水平から角度 θ 上方であるとするとき、 $\tan \theta$ を求めよ。

64 [2002 立命館大]

ビリヤードやボリングでは、自分の手玉やボールをねらった対象物に衝突させる際に、両者を意図した方向に飛ばすことが重要である。したがって、力学の法則にしたがう球の運動を理解することが上達の近道の1つとなる。次の「ア」～「ケ」に適切なものを、それぞれの解答群から選べ。

図の xy 平面の x 軸上を速さ v_0 [m/s] で正の向きに進む質量 m_1 [kg] の球 A が、 xy 平面の座標軸の原点付近に置かれている質量 m_2 [kg] の球 B に衝突した後のそれぞれの速度を求めたい。

図のように、衝突後の球 A と球 B の速度の x 成分と y 成分の大きさをそれぞれ v_{Ax} [m/s] と v_{Ay} [m/s]、および v_{Bx} [m/s] と v_{By} [m/s] とし、球 A と球 B の運動方向をそれぞれ θ_A [°] と θ_B [°] とする。このとき、衝突前後の運動に対して「ア」が成り立つことから、次式を得る。ただし、球が移動する際の摩擦は無視できるとする。

x 成分: 「イ」=「ウ」……(1) y 成分: 「エ」=「オ」……(2)

いま、 $\tan \theta_B = 1$ となる場合には、 v_{By} =「カ」となるので、これを式(2)に代入して次式を得る。 v_{Bx} =「キ」……(3)

この式(3)を式(1)に代入することにより、 v_{Ax} と v_{Ay} に関して次式が成立する。

「ク」= v_0 ……(4)

さらに、 $\tan \theta_A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ となる場合には、 v_{Ax} =「ケ」となる。以上より、衝突後の球 A および球 B の速度を求めることができる。

「ア」の解答群:

- ① 力学的エネルギー保存の法則 ② 位置エネルギー保存の法則
③ 運動量保存の法則 ④ 力積保存の法則 ⑤ 質量保存の法則

「イ」の解答群:

- ① $v_{Ax} + v_{Bx}$ ② $m_1 v_{Ax} + m_2 v_{Bx}$ ③ $m_1 v_{Ax} + m_1 v_0$
④ $\frac{1}{2} m_1 v_{Ax}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{Bx}^2$ ⑤ $\frac{1}{2} m_1 v_{Ax}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{Bx}^2$

「ウ」, 「オ」の解答群:

- ① v_0 ② 0 ③ $\frac{1}{2} m_1 v_0$ ④ $m_1 v_0$ ⑤ $\frac{1}{2} m_1 v_0^2$

「エ」の解答群:

- ① $-v_{Ay} + v_{By}$ ② $\frac{1}{2} m_1 v_{Ay} + \frac{1}{2} m_2 v_{By}$ ③ $-\frac{1}{2} m_1 v_{Ay}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{By}^2$
④ $\frac{1}{2} m_1 v_{Ay}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{By}^2$ ⑤ $-m_1 v_{Ay} + m_2 v_{By}$

「カ」の解答群:

- ① 0 ② $\frac{1}{2} v_{Bx}$ ③ $-\frac{1}{2} v_{Bx}$ ④ v_{Bx} ⑤ $-v_{Bx}$

「キ」の解答群:

- ① $\frac{m_1}{m_2} v_{Ay}$ ② $-\frac{m_1}{m_2} v_{Ay}$ ③ v_{Ay} ④ $\frac{m_2}{m_1} v_{Ay}$ ⑤ $-\frac{m_2}{m_1} v_{Ay}$

「ク」の解答群:

- ① $-v_{Ax} + v_{Ay}$ ② $v_{Ax} + \frac{m_2^2}{m_1} v_{Ay}$ ③ $m_1 v_{Ax} + m_2 v_{Ay}$
④ $v_{Ax} + v_{Ay}$ ⑤ $-m_1 v_{Ax} + m_2 v_{Ay}$

「ケ」の解答群:

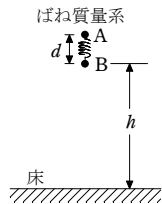
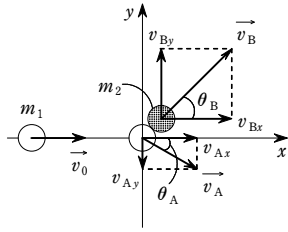
- ① $\frac{3-\sqrt{3}}{2} v_0$ ② $\frac{-3+\sqrt{3}}{2} v_0$ ③ $\frac{3+\sqrt{3}}{2} v_0$ ④ $\frac{2}{3} v_0$ ⑤ $-\frac{2}{3} v_0$

65 [2002 中央大]

次の文中の空欄に当てはめるべき式を記入せよ。

等しい質量 m をもつ物体 A、B をそれぞれの端につけたばね定数 k のばね(以下「ばね質量系」とよぶ)が自然長 d を保って垂直に保持されており、その下端 B は水平な床の上、高さ h の地点にある(図)。物体 A、B は小さく、その大きさは考えなくてよい。このばね質量系の質量中心(重心)は、A と B の中央、高さ $h + \frac{d}{2}$ の位置にある。

このばね質量系を自由落下させると、ばねは自然長を保ったまま垂直に落下し、下端の物体 B がまず床に衝突する。落下をはじめてから B が床に衝突するまでに要する時間は、重力加速度の大きさを g として「1」であり、床に衝突



する瞬間の B の速さは「2」である。B と床との衝突は完全に非弾性的であるとする。

さて A は、ばねが Δx だけ縮んだとき床にもっとも近づいたとする。すなわち、A は $d - \Delta x$ の位置に達して一瞬静止する。するとエネルギー保存則 $mg(h+d) =$ 「3」から $\Delta x =$ 「4」である。ばね定数 k は十分大きくて、ばねがつぶれて A が床に衝突する ($d < \Delta x$) ようなことは起こらないとする。この後ばねは伸び始め、それにつれて B が床から受ける抗力(重力とばねの力との和)は減少し、自然長からの伸びが「5」に達したとき、抗力は 0 となって B は「離陸」する。このときの A の速さを v_A とすると、エネルギー保存則 $mg(h+d) =$ 「6」から $v_A =$ 「7」である。ただし、この表式が意味をもつには $h >$ 「8」でなければならない。さもなければ物体 A はこの地点に達することとはなく、B も床面から離れることはない。そのような場合には、A は床面上の B に捕えられたまま単振動を行う。

さて、A が B を伴って上昇をはじめたとしよう。その瞬間の A、B の質量中心(重心)の速さを V_0 、床面からはかった質量中心の位置を X_0 とする。質量中心に質量 $2m$ の物体があると考えてよいから、運動量の保存則から V_0 は v_A を用いて、 $V_0 =$ 「9」である。上昇するばね質量系の質量中心が床から X_1 の位置で最高点に達したとすると、質量中心の運動に関するエネルギー保存則は、 X_1 、 V_0 、 X_0 等を用いて「10」と書ける。

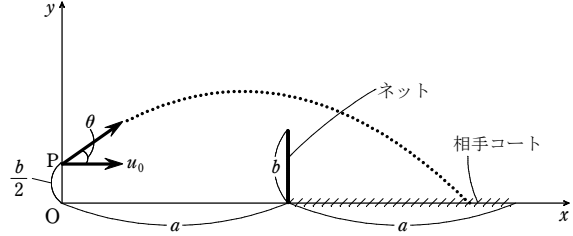
以上から、落下する前に $h + \frac{d}{2}$ の高さにあったばね質量系の質量中心は、B と床との非弾性衝突の後、 h 、 d 、 k 、 m を用いて $X_1 =$ 「11」の位置まで上昇することがわかる。

66 [2001 中央大]

次の問題の空欄に最も適した数字、式を記入し、(3) ではグラフをかけ。

テニスでボールを打って相手コートに入れるにはボールをどのような初速度で打ち出せばよいかを考えよう。テニスコートの配置を右図のように理想化する。コートの長さを a (全長は $2a$)、ネットの高さを b とし、プレーヤーはコートの端の点 O に立ち、そこから鉛直方向に $\frac{b}{2}$ だけ離れた点 P から、水平方向の初速度 u_0 で、水平面とのなす角度 θ ($\theta > 0$) の方向にボールを打ち出すことにする。重力加速度の大きさを g とし、ボールと空気の摩擦は考えないことにする。

- (1) O を原点にとり、水平方向に x 座標、垂直方向に y 座標をとる。時刻 $t=0$ に打ち出されたボールの時刻 t での位置を (x, y) とすれば、 $x =$ 「ア」、 $y =$ 「イ」となる。
(2) ボールが自分のコートでバウンドすることなくネットを越える条件は、 $\tan \theta >$ 「ウ」で、かつ $u_0^2 >$ 「エ」である。そのボールがネットを越えて、相手コートに入り、そこでバウンドする条件は、 $u_0^2 <$ 「オ」である。
(3) ボールがネットを越えて相手コートに入る u_0 と $\tan \theta$ の範囲を知るために、 $\tan \theta$ を横軸に、 u_0^2 を縦軸にとり、上で求めた 3 つの条件を満たす領域を斜線で示せ。また、重要と考えられる座標も記入せよ。
(4) u_0 が大きすぎると、ボールの打ち出し角度をどのように選んでも相手コートに入らない。ボールが相手コートに入る u_0 の最大値は「カ」であり、そのときの $\tan \theta$ の値は「キ」である。
(5) $a = 1.0 \times 10 \text{ m}$ 、 $b = 1.0 \text{ m}$ の場合、有効数字 2 桁まで求めれば、ボールが相手コートに入る u_0 の最大値は「ク」m/s であり、そのときの $\tan \theta$ の値は「ケ」である。ただし、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $\sqrt{3} = 1.73$ 、 $\sqrt{10} = 3.16$ とせよ。



67 [2001 中央大]

次の文章の空欄にあてはまる数式または数値を記入せよ。
2つの物体が及ぼしあう万有引力の大きさ f [N] は、2物体の質量 m_1 , m_2 [kg] の積に比例し、距離 r [m] の2乗に反比例する。

$$f = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \dots\dots (1)$$

G は万有引力定数とよばれ、およそ

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \dots\dots (2)$$

である。 G の測定は 1798 年にキャベンディッシュが初めて行った。彼は実験室内で小さな鉛でできた物体のあいだの万有引力の大きさを測って G の値を求めたのであるが、「彼はこの実験によって、地球や太陽の質量を初めて測った」といわれることがある。その理由を以下に説明する。

地球の質量を M_E [kg]、半径を R_E [m] とする。地球上の物体に及ぼす地球の引力は、地球各部が及ぼす万有引力の合力であり、これは地球の全質量が中心に集まったときに及ぼす万有引力に等しい。したがって、地上 h [m] のところにある質量 m [kg] の物体と地球との間の万有引力の大きさは (1) より $f = \boxed{\text{ア}}$ である。これが重力であり、 R_E に比べて h が十分小さくて $R_E + h \approx R_E$ と近似できるときには、重力加速度の大きさを $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ として $f = mg$ と表すこともできる。このことから、地球の質量 M_E は $\boxed{\text{イ}}$ と表されることになる。それでは、地球の半径 R_E は何 m であろうか。ここで思い出さなければいけないのは、1 m という長さの単位は地球の大きさを基準にして決められているということである。1 m は地球 1 周の長さの 4000 万分の 1 として定義されている。よって、 $R_E = \boxed{\text{ウ}}$ m である。ここで、(2) の値を用いると $M_E = \boxed{\text{エ}}$ kg と定めることができるのである。

太陽の質量 M_S [kg] を求めるためには、太陽系の惑星の運動を調べる必要がある。図は惑星の公転周期 T を、惑星の太陽からの距離 a に対して両対数グラフにプロットしたものである。ただしこの図は、 T は年を単位に、また a は天文単位 (1 天文単位は地球と太陽との平均距離 $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ である) を単位にして測った値を示してある。この図から

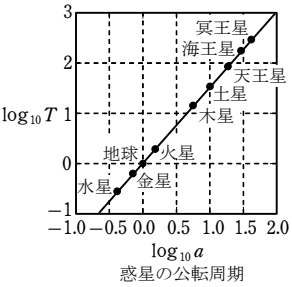
$$T^2 = k \times \boxed{\text{オ}} \dots\dots (3)$$

が成り立つことが分かる (ケプラーの第 3 法則)。

比例係数は $k = 1 [\text{年}^2 / (\text{天文単位})^3]$ である。単位を換算すると

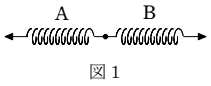
$$k = \boxed{\text{カ}} [\text{s}^2 / \text{m}^3] \dots\dots (4)$$

である。惑星の質量を M 、太陽からの距離を a とすると太陽からの引力の大きさ F は (1) より $\boxed{\text{キ}}$ となる。惑星の公転軌道を近似的に円と考えると、惑星の運動は等速円運動と見なせる。この円運動の角速度を ω とすると、遠心力の大きさ F' は $\boxed{\text{ク}}$ で与えられる。また ω を公転周期 T で表すと $\omega = \frac{2\pi}{T}$ なので、(3) を用いると $F' = \boxed{\text{ケ}}$ となる。円運動では太陽からの引力と遠心力とがつりあっているので、 $M_S = \boxed{\text{コ}}$ と表されることが結論される。ここで (2) と (4) の値を用いると、 $M_S = \boxed{\text{サ}}$ kg と定めることができるのである。

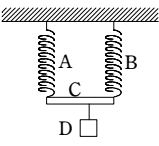


68 [2000 関西大]

自然長が共に 0.50 m で、質量 0.50 kg のおもりをつるすとそれぞれ 0.10 m, 0.080 m 伸びる軽いばね A, B がある。ばね A, B を図 1 のように直列につないで、その両端を引っ張ったところ、A の伸びが 0.060 m となった。このとき、B の長さは $\boxed{\text{ア}}$ [m] で、両端に加えた力の大きさはいずれも $\boxed{\text{イ}}$ [N] であった。ただし、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



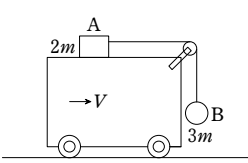
次に、ばね A, B をはなし、それぞれ的一端を長さ 1.0 m, 質量 0.70 kg の均質で一様な棒 C の両端につけた。図 2 のように、A, B の他端を間隔 1.0 m で天井につけ、おもり D を棒 C につるしたところ、C は天井から距離 0.60 m の位置で水平になった。このとき、D の質量は $\boxed{\text{ウ}}$ [kg] で、D をつるした位置は A をつけた棒 C の端から $\boxed{\text{エ}}$ [m] のところであった。



69 [2000 立命館大]

次の $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ク}}$ に適切なものを、それぞれの解答群から選べ。なお、重力加速度の大きさを g とし、単位は記号の中に含まれているものとする。

右図のような力学台車が水平面上で矢印の方向に一定速度 V で動いている。力学台車上の物体 A には軽くて伸び縮みしない糸で軽い滑車を通して物体 B がつり下げられている。物体 A と物体 B の質量はそれぞれ $2m$ および $3m$ である。力学台車は大きく高さも十分に高く、上部の水平面はなめらかであるとする。



- (1) はじめに物体 A を力学台車上に固定し、次に静かに手をはなすと物体 A は動き始める。このとき、物体 B をつるした糸と鉛直線のなす角度は $\boxed{\text{ア}}$ である。また物体 A の地上から観測した加速度は $\boxed{\text{イ}}$ となり、台車に乗っている人から観測した加速度は、 $\boxed{\text{ウ}}$ となる。
このとき、糸にかかる張力は $\boxed{\text{エ}}$ である。

- (2) 次にこの力学台車にブレーキをかける。減速時の加速度の大きさを $\frac{g}{\sqrt{3}}$ とすると、物体 B をつるした糸と鉛直線のなす角度は $\boxed{\text{オ}}$ となり、糸の張力は $\boxed{\text{カ}}$ となる。物体 A の加速度は力学台車に乗っている人が観測すると $\boxed{\text{キ}}$ となり、ブレーキをかけ始めた瞬間に物体 A から静かに手をはなすとすると、力学台車が停止するまでに、物体 A が台の上を移動する距離は $\boxed{\text{ク}}$ である。

[(ア) と (オ) の解答群]

- ① 0° ② 15° ③ 30° ④ 45° ⑤ 60°

[(イ) と (ウ) の解答群]

- ① 0 ② $\frac{1}{5}g$ ③ $\frac{1}{3}g$ ④ $\frac{3}{5}g$ ⑤ $\frac{1}{5}g - \frac{V}{2m}$ ⑥ $3g - \frac{V}{2m}$

[(エ) と (カ) の解答群]

- ① $\frac{1}{5}mg$ ② $\frac{2}{5}mg$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{5}mg$ ④ $\frac{6}{5}mg$ ⑤ $\sqrt{3}mg$
⑥ $2\sqrt{3}mg$

[(キ) の解答群]

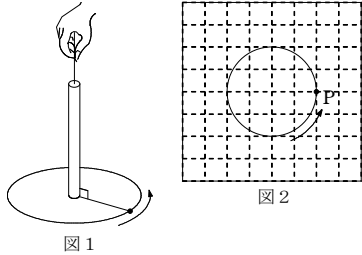
- ① $\frac{8\sqrt{3}}{15}g$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}g$ ③ $\frac{8\sqrt{3}}{3}g$ ④ $\frac{8\sqrt{3}}{15}g - \frac{V}{2m}$
⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{5}g - \frac{V}{2m}$ ⑥ $\frac{8\sqrt{3}}{3}g - \frac{V}{2m}$

[(ク) の解答群]

- ① $\frac{8}{5}V$ ② $\frac{2\sqrt{3}V^2}{5g}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}V^2}{5g}$ ④ $\frac{\sqrt{3}V^2}{g}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{3}V^2}{g}$
⑥ $\frac{4\sqrt{3}V^2}{g}$

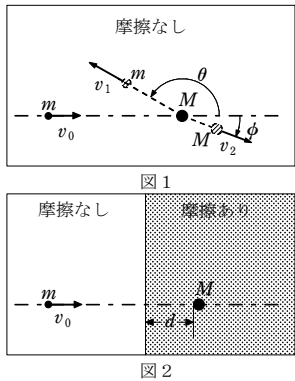
[70][2000 同志社大]

- 以下の(1)～(7)に答え、(8)の答えを図2にかき入れよ。
- 図1に示すように、糸の先につけられた質量 m の小球が、なめらかな水平面上を速さ v で、半径 r の円運動をしている。糸の他端は、円運動の中心にある細い円管を通して手で引っ張られている。この円管と糸との摩擦は無視でき、円管の半径は十分小さい。次の問いに答えよ。
- (1) この円運動の周期はいくらか。
- (2) 糸の張力を m, r, v を用いて表せ。
- (3) dr を微小な距離として、小球が半径 $r-dr$ で円運動している状態から、半径 $r+dr$ の円運動を行うようになるまで、糸をゆっくりと伸ばす。この間に糸の張力が小球にした仕事 ΔW を m, v, r, dr を用いて表せ。ただし、半径が増加する間、糸の張力は半径が r のときの値に等しく、一定であるものとする。また、半径が増加する向きと、小球にはたらく糸の張力の向きが逆であることに注意して、 ΔW の符号を定めよ。
- (4) 円運動の半径が $r-dr$ から $r+dr$ になったとき、速さは $v-dv$ から $v+dv$ になったとする。この間の運動エネルギーの変化 ΔE を m, v, dv を用いて表せ。
- (5) 運動エネルギーの変化 ΔE が、糸の張力が小球にした仕事 ΔW に等しいとして、 r, v, dr と dv の関係を求めよ。
- (6) $v_1=v-dv, v_2=v+dv, r_1=r-dr, r_2=r+dr$ とする。(5) で得られた関係式を書きかえ、積 r_1v_1 を r_2 と v_2 のみを用いて表せ。
- (7) 半径 r_0 、速さ v_0 で回転していた小球の半径を、糸をゆっくりゆるめることにより、 $2r_0$ とした。このときの小球の速さはいくらか。
- (8) 図2中のP点で糸が切れた。その後小球はどのような軌跡を描くか。軌跡を図2にかき入れよ。



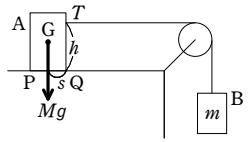
[71][2000 法政大]

- 下記の文章中の□に当てはまる式、または数値を埋めよ。
- 摩擦のない水平な台の上に質量 M の粒子が静止している。この粒子に対し、質量 m の粒子が速さ v_0 で衝突した。衝突は完全弾性衝突であるとする。図1に示すように、衝突後の質量 m の粒子と質量 M の粒子の速さはそれぞれ v_1 および v_2 であり、運動方向は v_0 の方向に対して、それぞれ角度 θ および ϕ の方向であった。このとき、衝突前後のエネルギー保存則は□と書くことができる。一方 v_0 の向きに平行および垂直な方向に関する運動量保存則は、それぞれ□および□となる。
- $M > m$ として質量 m の粒子が質量 M の粒子に正面衝突するとき $\theta = \square$ である。このとき質量 m の粒子の衝突前後のエネルギーをそれぞれ E_0, E_1 とする。 E_1 の E_0 に対する比は M と m を用いて $\frac{E_1}{E_0} = \square$ と表すことができる。また、衝突により質量 M の粒子が得るエネルギー E_T の E_0 に対する比を M と m で表せば $\frac{E_T}{E_0} = \square$ となる。
- 次に、図2に示すように台の一部を摩擦のあるシートでおおい、シートの縁から距離 d の位置に質量 M の粒子を置いた。質量 m の粒子が速さ v_0 でシートの外からシートの縁に垂直に運動し、質量 M の粒子に正面衝突する。このシートの上を進むとき、質量 m および M の粒子はそれぞれ単位長さあたり α および β のエネルギーを失うものとする。衝突は完全弾性衝突であり、粒子の大きさは無視できるものとする。質量 M の粒子は衝突後シート上を□だけ進んで止まる。また、質量 m の粒子が衝突後ふたたびシートから外に出るためには v_0 の大きさは□より大きくなければならない。



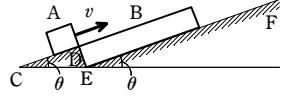
[72][1999 関西学院大]

- 次の文中の□内を適当な式でうめよ。
- 図のように、あらい面をもつ水平な台の上に質量 M の一様な物体 A を置いて、これに台から h の高さに糸をとりつけ、軽い滑車を通して質量 m の物体 B をつりさげる。糸は台に平行であり、物体 A の重心 G の高さは h より低く、 G から底面への垂線は底辺 PQ ($=2s$) の中心を通っているとして、この装置で物体 A が倒れることなく右向きにすべりだすための条件を考える。ただし、 $h \geq s$ であるとし、物体 A と台の間の動摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とする。
- 物体 A の大きさを考慮すると、物体 A に対する糸の張力 T の作用点の高さ h が重心のそれより高い場合、物体 A は Q を中心に右まわりに回転させようとする力によって倒れることがある。したがって、倒れないですべていくためには、 Mg と T との間に $Mg \geq \square$ ……① の関係がなければならない。
- この条件を満足しているとき、物体 A の加速度の大きさを a 、糸の張力を T とすると、 A, B それぞれについての運動方程式は
- $A: Ma = \square$ ……②
- $B: ma = \square$ ……③
- となる。②と③の2式より a, T を求めると
- $a = \square$ ……④、 $T = \square$ ……⑤
- となる。したがって、①、⑤の両式より m の上限として、 $m = \square$ が得られる。



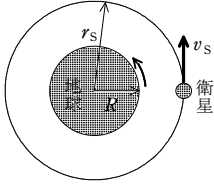
[73][1999 関西大]

- 次の文の空欄に入れるのに最も適当な式を書け。
- 図のように、水平面と角 θ をなす斜面 CD, EF がある。斜面 EF 上には上面が CD と同じ平面にある板 B が、面 DE に接して置かれている。斜面 CD 上を進んできた小さな物体 A が、時刻 $t=0$ に v の速さで板 B にのり移り、 B は EF を上り始めた。 A は B の右端に達する手前で、時刻 $t=t_1$ に B に対し静止した。その後、 B はしばらく EF を上昇した後、時刻 $t=t_2$ に最高点に達してから下降を始めた。
- この運動について考えよう。ただし、物体 A の質量を m 、板 B の質量を M 、 A と B との間の動摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とし、 B と面 EF との間の摩擦および A の大きさは無視できるものとする。速度および加速度は、斜面にそって右向きを正とする。
- まず、 A が B にのり移ってから、 A が B に対して静止するまでを考える。 A, B 運動方程式(斜面にそって成分)は、 A, B の加速度をそれぞれ a_A, a_B として
- $ma_A = \square \times mg, Ma_B = \square \times Mg$
- となり、 A, B の加速度が得られる。この結果から、 A が B にのり移ったとき B が EF を上り始めるための条件は、 $\tan \theta < \square$ であることがわかる。また、
- $t_1 = \square \times \frac{v}{g}$
- となり、 A が B にのり移ってから止まるまでに B 上を移動する距離 (B の左端から A の静止位置までの距離)は $\square \times \frac{v^2}{g}$ である。この間、熱として失われる力学的エネルギーは $\square \times \frac{mv^2}{2}$ である。
- 次に、 A が B に対して静止した後の運動を考える。上と同様に、 A, B の運動方程式から A, B の加速度が求められる。その結果を用いると、 B が最高点に達した時刻 t_2 は $t_2 - t_1 = \square \times \frac{v}{g}$ となる。



74 [1999 青山学院大]

- 次の文章の空欄に入る適切な式を記せ。
- (1) 半径 r の円軌道を描いて地球をまわっている人工衛星を考える。なお以下では地球の公転は無視する。衛星の速さを v 、衛星の質量を m とすると、円軌道なので、衛星の向心加速度の大きさ α は $\boxed{\text{ア}}$ である。この加速度をつくり出しているのは衛星にかかっている地球の引力で、地球の質量を M 、万有引力定数を G とすると、この引力の大きさ f は $\boxed{\text{イ}}$ となる。(ア)、(イ)を r についてとくと、 r は $\boxed{\text{ウ}}$ となることがわかる。
- (2) 図のように衛星の軌道が地球の赤道面内にある場合を考える。もし地軸のまわりの衛星の角速度が地球の自転の角速度と等しければ、地表からは、この衛星は静止して見えることになる。このような衛星を「静止衛星」という。地球の自転角速度を ω 、静止衛星の軌道半径を r_s とし、これらを用いて表すと、静止衛星の速さ v_s は $\boxed{\text{エ}}$ となる。
- (3) 設問 (1) の (ウ) の答えと設問 (2) の答えとを組み合わせると、静止衛星の軌道半径 r_s は $\boxed{\text{オ}}$ で与えられることがわかる。
- (4) 地球を半径 R の球とみなすことにする。赤道の地表から真東に向かって静止衛星を打ち上げると、軌道に乗った後の衛星の運動エネルギーは、打ち上げ前に比べて $\boxed{\text{カ}}$ だけ増している。これに対し、北極点から人工衛星を打ち上げて、北極および南極の上空を通る半径 r_s の円軌道に乗せたとすると (この衛星は静止衛星にはならない)、軌道に乗った後の衛星の運動エネルギーは、打ち上げ前に比べて $\boxed{\text{キ}}$ だけ増している。人工衛星が赤道に近い場所で打ち上げられることの多い理由の 1 つはこれである [この設問の (カ) と (キ) の答えで、もし r_s または v_s が必要ならば、それらの記号はそのまま用いてよい]。



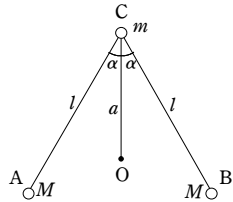
75 [1999 立命館大]

- 次の $\boxed{1} \sim \boxed{5}$ を適当な式で埋め、また $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{オ}}$ は選択肢の中から適切なものを選べ。
- 粒子 A (質量 M_1) が初速 v_0 で、静止している粒子 B (質量 M_2) に弾性衝突する場合を考える。衝突後、粒子 A は進行方向に対して θ 方向に、粒子 B は ϕ 方向に進んだ (図参照)。弾性衝突のため、衝突前後のエネルギーと運動量は保存される。衝突後の粒子 A、粒子 B の速度の大きさを各々 v_1 、 v_2 とすると、
- $$M_1 v_0 = \boxed{1} \dots\dots (a), \quad M_1 v_1 \sin \theta = \boxed{2} \dots\dots (b), \quad \frac{M_1 v_0^2}{2} = \boxed{3} \dots\dots (c)$$
- が得られる。
- 以上の条件で、角度 θ と ϕ の取りうる値の範囲を考える。式 (a)、(b)、(c) より ϕ 、 v_2 を消去すると v_1 に関する 2 次式が得られる。これより $\frac{M_1}{M_2} = R$ として v_1 を v_0 、 θ 、 R によって表すと、 $R < 1$ の場合には $v_1 = \boxed{4} v_0 \dots\dots (d)$ となる。
- 次に衝突後の粒子 B の挙動について考える。まず、式 (a) と (b) より θ を消去し、さらに (c) 式より v_1 を消去して、 v_0 、 ϕ 、 R によって表せば $v_2 = \boxed{5} v_0 \dots\dots (e)$ が得られる。
- 以上の議論より、粒子 A の質量が粒子 B の質量より軽い場合、角度 θ と ϕ の取りうる範囲は $0^\circ \leq \theta \leq \boxed{\text{ア}}^\circ$ 、および $0^\circ \leq \phi \leq \boxed{\text{イ}}^\circ$ である。粒子 A の質量が粒子 B の質量の 2 倍の場合、角度 θ の取りうる範囲は $0^\circ \leq \theta \leq \boxed{\text{ウ}}^\circ$ 、角度 ϕ の取りうる範囲は $0^\circ \leq \phi \leq \boxed{\text{エ}}^\circ$ となる。また、粒子 A の重さが粒子 B の重さに比べて十分重ければ、衝突で粒子 B が得る最大速度は $\boxed{\text{オ}}$ となる。

- [(ア)～(エ)の選択肢]
- ① 30 ② 45 ③ 60 ④ 90 ⑤ 120 ⑥ 150 ⑦ 180
- [(オ)の選択肢] ① $\frac{v_0}{2}$ ② v_0 ③ $2v_0$ ④ $4v_0$

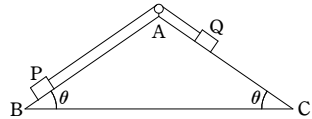
76 [1998 法政大]

- 同じ長さ l のまっすぐな 2 本の細い棒 CA と CB が、質量 m のおもり C のところで図のようにつながっていて、これら 2 本の棒の他端 A、B には質量 M のおもりがついている。またおもり C のところには、CA と CB によって作られる平面内で $\angle ACO = \angle BCO = \alpha$ となるように、長さ a の細い棒 CO がついている。そこでこの O 点で全体を安定に支えることができると、“やじろべえ”となる。これら 3 本の細い棒の質量を無視することができるとして、この“やじろべえ”の重心の位置を求めよ。



77 [1998 同志社大]

- 次の文中の空欄ア～ケにあてはまる式をうめよ。
- 図に示すように、水平面に対して傾斜角 θ をなす 2 つの斜面 AB と AC がある。質量 m の物体 P を斜面 AB 上に置き、質量 $M (M > m)$ の物体 Q を斜面 AC 上に置いて、P と Q を伸縮しない糸でつなぎ、頂点 A に取りつければ、なめらかな小滑車に掛け、手で P を押さえて静止させる。
- 糸は斜面に対して平行に張られ、糸と小滑車の質量は無視できるものとする。斜面と物体 P、Q との静止摩擦係数をともに μ_0 、動摩擦係数をともに μ とし、重力加速度の大きさを g とする。
- 手を P から静かにはなしたとき、P と Q がすべりはじめるためには、斜面の勾配 ($\tan \theta$) が満たす条件として $\boxed{\text{ア}}$ の関係式が成り立たねばならない。
- 斜面はこの条件を満たしており P、Q がすべりはじめた。その加速度の大きさを a 、糸の張力の大きさを T とすると、物体 P および Q の運動方程式はそれぞれ $ma = \boxed{\text{イ}}$ 、 $Ma = \boxed{\text{ウ}}$ と表される。これらの式から、物体の加速度および糸の張力は、 m 、 M 、 θ 、 g 、 μ を用いて $a = \boxed{\text{エ}}$ 、 $T = \boxed{\text{オ}}$ と求められる。
- P、Q がすべりはじめてそれぞれの斜面上を距離 L だけ移動したとき、重力が 2 つの物体 P と Q にした仕事の和は $\boxed{\text{カ}}$ であり、摩擦力が 2 つの物体 P と Q にした仕事の和は $\boxed{\text{キ}}$ である。また、この間に糸の張力が物体 P にした仕事 W_P 、および物体 Q にした仕事 W_Q はそれぞれ $W_P = \boxed{\text{ク}}$ 、 $W_Q = \boxed{\text{ケ}}$ である。



[78][1998 立命館大]

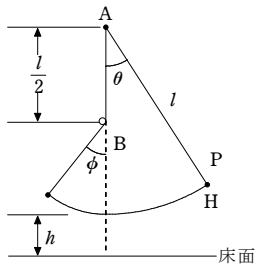
次の□に適切なものを、それぞれの解答群から選べ。なお、重力加速度の大きさを g とし、単位は記号の中に含まれているものとする。

軽くて伸びない、長さ l の細い糸の先端に質量 m の小物体 H をつけ、他端を天井の支点 A に固定した単振り子を考える。この単振り子の最下端と床の間の距離を h とする。この単振り子が一往復する時間は□である。

次に、図のように、支点 A の真下 $\frac{l}{2}$ の位置に、

細くて長い棒 B を水平な床面に対して平行に、単振り子の運動を遮るように固定した。小物体 H を、棒 B に対して垂直に糸が緩むことなく、支点 A から一直線状となり、鉛直線と小さな角 θ だけ傾いた位置 P から静かに手放した。糸が棒 B に初めて触れるまでに要する時間は□である。このとき、小物体 H の速さは□である。手放した後、小物体 H の速さが初めて 0 になる位置は、床面から□の高さである。

このとき、糸と鉛直線のなす角を ϕ とすると、 ϕ と θ の関係は□である。小物体 H の速さが、手放した後、2 度目に 0 となるまでに要する時間は□である。



[ア, イ, カの解答群]

- ① $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}$ ② $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ③ $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ④ $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{2g}}$ ⑤ $\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$
- ⑥ $2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$ ⑦ $\pi\frac{\sqrt{2}+1}{2}\sqrt{\frac{l}{2g}}$ ⑧ $\pi(\sqrt{2}+1)\sqrt{\frac{l}{2g}}$
- ⑨ $2\pi(\sqrt{2}+1)\sqrt{\frac{l}{2g}}$

[ウの解答群]

- ① $\sqrt{gl(1+\cos\theta)}$ ② $\sqrt{2gl(1+\cos\theta)}$ ③ $2\sqrt{gl(1+\cos\theta)}$
- ④ $2\sqrt{gl}\cos\frac{\theta}{2}$ ⑤ $2\sqrt{gl}\sin\frac{\theta}{2}$ ⑥ $2\sqrt{gl}\tan\frac{\theta}{2}$

[エの解答群]

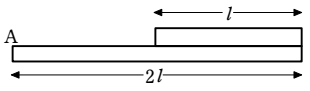
- ① $h+l$ ② $l(1-\cos\theta)$ ③ $h+l\cos\theta$ ④ $h+2l\sin^2\frac{\theta}{2}$
- ⑤ $h+2l\cos^2\frac{\theta}{2}$ ⑥ $h+2l\tan^2\frac{\theta}{2}$

[オの解答群]

- ① $\phi=2\theta$ ② $\sqrt{2}\sin\frac{\phi}{2}=\sin\frac{\theta}{2}$ ③ $\sin\frac{\phi}{2}=\sqrt{2}\sin\frac{\theta}{2}$
- ④ $\sin\frac{\phi}{2}=\sqrt{2}\sin\frac{\theta}{2}$

[79][1997 法政大]

単位長さ当たりの重さがともに a [kgw/m] で長さが l [m] および $2l$ [m] の 2 本の様な棒を図のようにはりあわせた。この棒の重心の位置は A 端からはかってどこにあるか。ただし、棒の太さは無視できるものとする。

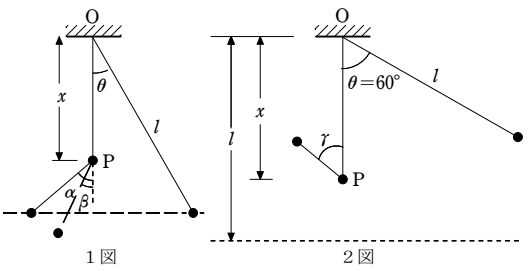


[80][1997 中央大]

次の文中の空欄に適する答えを入れよ。

振り子の等時性や落下運動の法則などを発見した科学者□**1**は、自然界で起こる現象を実験によって考察した最初の人物であるといわれている。彼は、著書「新科学対話」の中で、1 図に示すような振り子の実験を紹介し、振り子のおもりを一定のところから静かにはなすと糸が途中の釘に引っかかっても同じ高さのところまで振れることを報告している。このことは、□**2**の法則により説明できる。

いま、1 図に示すように、振り子の糸の長さを l 、おもりの質量を m 、点 O から釘の位置(点 P)までの距離を x 、振り子の糸と鉛直線とのなす角を θ として、振り子のおもりを静かにはなした。振り子の糸と鉛直線とのなす角が β ($\beta < \alpha$) のとき、おもりの速度 v 、



糸の張力 T 、釘の抗力 R を θ 、 β 、 x の関数として表すと、それぞれ $v=\square$ **3**, $T=\square$ **4**, $R=\square$ **5** となる。ただし、 g は重力加速度である。また、角度 θ と α がともに小さいと仮定すると、振り子の往復運動の周期は□**6**となる。

次いで、2 図に示すように釘の位置(点 P)を上下方向に変えることにより、振り子のおもりがどのような運動をするかを調べた。ただし、振り子の糸と鉛直線とのなす角 θ は 60° として振り子のおもりを静かにはなした。その結果、釘の位置(距離 x)を変えることにより次の 3 種類の運動に分類できた。

$x \leq 0.5l$ の場合：おもりは引き返して往復の振動を続ける

□**7** の場合：糸はたるまず、おもりは円運動を行う

□**8** の場合：糸はたるんで、おもりは放物線を描いて落ちる

(7), (8) において x のとるべき範囲を l で表せ。また (8) の場合、振り子の糸がたるまない範囲は $\cos\gamma \leq \square$ **9** である。

[81][1997 青山学院大]

問題 [A], [B] の空欄 (1) ~ (10) を適当な数値でうめよ。

[A] 1 図のように質量 m のおもり W を、長さ l の質量を無視できる 2 本の糸で、同一水平面上の 2 点 A, B からつり下げた振り子がある。図は点 A, B およびつりあいのときのおもり W の位置が紙面内にあることを示す。このとき糸と鉛直方向との角度は 30° である。つりあいの状態で 2 図のようにおもり W に、紙面内で水平方向に大きさ F の力を加えたところ、おもりは静止したままであった。重力加速度を g とすると、このとき糸 AW の張力は□**1** mg + □**2** F であり、糸 BW の張力は□**3** mg + □**4** F である。おもり W が動き出すためには $F > \square$ **5** mg でなければならない。

[B] この振り子が紙面に垂直な方向に振動する場合を考える。中心線 MW と鉛直方向との角度が 30° になるまで、糸がたるまないようにおもりを移動したのち静かにおもりをはなす。中心線 MW と鉛直方向との角度が θ になったとき、おもりの速さは $\sqrt{gl(\square$ **6** $\cos\theta + \square$ **7** $)}$ である。

このとき糸 AW の張力は $mg(\square$ **8** $\cos\theta + \square$ **9** $)$ である。

また、振幅が小さいとき、この振り子の周期は $2\pi\sqrt{\square$ **10** $\frac{l}{g}}$ である。

[C] 1 図に示した振り子を 2 つ用意し、3 図のように非常に弱いばねを少し伸ばして両方のおもりをつなぐ。このとき点 A, B, C, D は一直線上にあり、ばねの質量は無視できるとする。

(1) これらの振り子の紙面に垂直な振動について、次の 2 とおりの場合を考える。

振動 1：おもり W_1, W_2 が同じ振幅で同方向に振動する場合

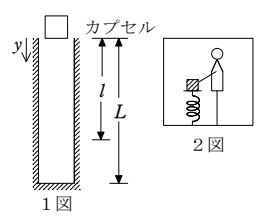
振動 2：おもり W_1, W_2 が同じ振幅で逆方向に振動する場合

振動 1 と振動 2 ではどちらの周期が小さいか。その理由も述べよ。

(2) おもり W_2 をつりあいの位置に保持したまま、おもり W_1 を紙面に垂直な方向に少しずらす。両方のおもりを同時に静かにはなすと、それらのおもりはどのような運動をするか。

82 [1996 中央大]

1 図のように深さ L の深い縦穴の中をカプセルが落下する問題を考える。縦穴は、カプセルを自由落下させる区間 l と減速停止させる区間 (制動区間) $L-l$ からなっている。カプセル内には、下端が床に固定されたつる巻きばねがあり、その上端に軽い台がある。なお、カプセルは傾くことなく鉛直に落下するものとし、落下する際の空気抵抗および台とばねの質量は無視する。



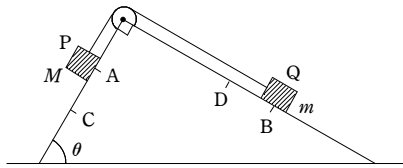
カプセルは、1 図のように縦穴の入口 $y=0$ の位置から落下する。重力の加速度を g とすると、カプセルが縦穴内を自由落下する時間は $\boxed{1}$ となる。制動区間に入ると、カプセルに一定の減速の加速度 α を生じさせるように外力が加えられ、縦穴の底 $y=L$ で速度 0 になりカプセルは停止する。この場合、減速の加速度 α は $\boxed{2}$ となり、カプセルが制動区間に入ってから着地するまでに要する時間は $\boxed{3}$ となる。

いま、カプセルが制動区間を落下中に、カプセル内の人が 2 図のように質量 m の物体を台の上に台が振動しないようにそっと載せたら、ばねが自然長から d だけ縮んでつりあった。このときのばねの縮み d は、 $d=e+s$ となる。ここに、 e は重力によるばねの縮み、 s は減速の加速度 α により生じる慣性力によるばねの縮みである。ばね定数を k とすると、それぞれ、 $e=\boxed{4}$ 、 $s=\boxed{5}$ となる。カプセルが着地すると、ばねは伸び上がり運動をはじめ。そして、距離 $\boxed{6}$ だけ上昇したときに物体は最高速度をもつ。着地してから最高速度に達するまでの時間は $\boxed{7}$ である。さらに、この点から距離 $\boxed{8}$ だけ上昇したときに物体は台から離れる。このときの速度は、 g 、 e 、 s を用いると $\boxed{9}$ で与えられる。物体が台から離れるためには、縦穴の全長 L と自由落下区間の区間長 l との間に、不等式 $\boxed{10}$ が成り立たねばならない。一方、(10) の不等式が成立しない場合には、物体は $\boxed{11}$ をする。

83 [1996 立命館大]

次の $\square$ に、それぞれの選択肢の中から適切なものを選べ。

図に示すように、水平面上に 2 つのあらい斜面がある。一方の傾きが θ [°] で両斜面の交わる頂角は直角である。いま、質量 M [kg] の物体 P と、質量 m [kg] の物体 Q を、伸び縮みしない軽い糸で結び、斜面の頂上にある



るなめらかで重さの無視できる滑車を通して、それぞれの斜面にのせた。P、Q に対する両斜面の静止摩擦係数をともに μ 、動摩擦係数をともに ν とする。また、P をのせた斜面の傾斜角 θ は摩擦角より大きいとし、重力の加速度は g [m/s²] とする。

はじめ、P を A 点で静止させておく。このとき Q は B 点にあり、糸にたるみはない。その後、P から静かに手を離したところ、P は A 点から初速度 0 m/s で落下しはじめた。手を離した瞬間では、P は A 点からまさにすべり落ちようとしているが、このとき Q にはたらく摩擦力の大きさは $\boxed{ア}$ [N] で、その向きは斜面に沿って $\boxed{イ}$ である。

物体が自然に落下しはじめるためには、2 つの物体の質量の比には、 $\frac{M}{m} > \boxed{ウ}$ の関係

が成りたっている。P が落下しはじめると、Q にはたらく摩擦力の大きさは $\boxed{エ}$ [N] で、その向きは斜面に沿って $\boxed{オ}$ である。P が T [s] 間すべり下りて C 点に達したとき、Q のもつ速さ V [m/s] は $\boxed{カ}$ [m/s] である。

次に、P が C 点 (Q は D 点) に達した瞬間、P と Q をつないでいる糸が突然切れた。その後、Q がすべり上がる最大距離は、 V を使って表すと、D 点からはかって $\boxed{キ}$ [m] で、これに要する時間は $\boxed{ク}$ [s] である。

$\boxed{ア}$ と $\boxed{エ}$ の選択肢

- ① $\mu mg \sin \theta$ ② $\mu mg \cos \theta$ ③ $\nu mg \sin \theta$ ④ $\nu mg \cos \theta$

$\boxed{イ}$ と $\boxed{オ}$ の選択肢

- ① 上向き ② 下向き

$\boxed{ウ}$ の選択肢

- ① $\frac{\sin \theta - \mu \cos \theta}{\sin \theta + \mu \cos \theta}$ ② $\frac{\sin \theta + \mu \cos \theta}{\sin \theta - \mu \cos \theta}$ ③ $\frac{\cos \theta + \mu \sin \theta}{\sin \theta - \mu \cos \theta}$
④ $\frac{\cos \theta - \mu \sin \theta}{\sin \theta + \mu \cos \theta}$

$\boxed{カ}$ の選択肢

- ① $\frac{gT}{M+m} [(M \sin \theta - m \cos \theta) - \nu (M \cos \theta + m \sin \theta)]$

② $\frac{gT}{M-m} [(M \sin \theta - m \cos \theta) - \nu (M \cos \theta + m \sin \theta)]$

③ $\frac{gT}{M+m} [(M \sin \theta + m \cos \theta) - \nu (M \cos \theta - m \sin \theta)]$

④ $\frac{gT}{M-m} [(M \sin \theta + m \cos \theta) - \nu (M \cos \theta - m \sin \theta)]$

$\boxed{キ}$ の選択肢

① $\frac{V^2}{2g(\sin \theta + \nu \cos \theta)}$ ② $\frac{V^2}{2g(\sin \theta - \nu \cos \theta)}$ ③ $\frac{V^2}{2g(\cos \theta + \nu \sin \theta)}$

④ $\frac{V^2}{2g(\cos \theta - \nu \sin \theta)}$

$\boxed{ク}$ の選択肢

① $\frac{V}{g(\sin \theta + \nu \cos \theta)}$ ② $\frac{V}{g(\sin \theta - \nu \cos \theta)}$ ③ $\frac{V}{g(\cos \theta + \nu \sin \theta)}$

④ $\frac{V}{g(\cos \theta - \nu \sin \theta)}$

84 [1996 青山学院大]

以下の文の に入る正しい式あるいは数字を解答群から 1 つ選びその記号を記せ。同じ記号を何度選んでもよい。

1 図のように、水平な床面から角度 θ 傾いたなめらかな斜面上に質量 M のおもり A があり、A と糸でつながれた同じ質量 M のおもり B が定滑車をへてつり下げられている。おもり B が床に向かう加速度は g で、糸の張力は $T = \text{ } Mg$ である。ここで、 g は重力加速度で、定滑車および糸の質量は無視できるとする。

次に、おもり B の真下に質量が無視できるばね定数 k のばねを垂直に置き、2 図のようにおもり A、B を静止させた。このときの糸の張力は $T = \text{ } Mg$ で、ばねは自然長より $x_0 = \text{ } \frac{Mg}{k}$ 縮んでいる。

ばねが自然長になるまでおもり B を持ち上げてから静かにはなすと、糸がたるむことなくおもり A、B は単振動をした。ばねが自然長から $x_0 + x$ 縮んだときの糸の張力は $T = \text{ } kx + \text{ } Mg$ である。糸が常にたるまないために必要な θ に対する条件を求めると、 $>$ となり、単振動の角振動数は $\sqrt{\text{ } \frac{k}{M}}$ である。

次に、3 図のように、おもり B の底を自然長のばねの先端よりも h 上方に持ち上げてからおもりを静かにはなした。おもり B がばねに接触後、ばねは自然長より最大 $x_0 + x_m$ 縮み、糸がたるむことはなかった。 x_m を求めると $x_m = x_0 \sqrt{1 + \text{ } \frac{h}{x_0}}$ となる。また、斜面の角度が $\theta = 30^\circ$ であったとすると、糸がたるまないために必要な条件は $h < \text{ } x_0$ である。

[解答群]

- (1) -3

(2) $-\frac{5}{2}$

(3) -2

(4) $-\frac{5}{3}$

(5) $-\frac{3}{2}$

(6) $-\frac{4}{3}$
- (7) -1

(8) $-\frac{2}{3}$

(9) $-\frac{1}{2}$

(10) $-\frac{1}{3}$

(11) 0

(12) $\frac{1}{3}$
- (13) $\frac{1}{2}$

(14) $\frac{2}{3}$

(15) 1

(16) $\frac{4}{3}$

(17) $\frac{3}{2}$

(18) $\frac{5}{3}$

(19) 2
- (20) $\frac{5}{2}$

(21) 3

(22) $\sin \theta$

(23) $-\sin \theta$

(24) $\cos \theta$
- (25) $-\cos \theta$

(26) $\tan \theta$

(27) $-\tan \theta$

(28) $1 + \sin \theta$

(29) $1 - \sin \theta$
- (30) $1 + \cos \theta$

(31) $1 - \cos \theta$

(32) $1 + \tan \theta$

(33) $1 - \tan \theta$
- (34) $\frac{1}{2}(1 + \sin \theta)$

(35) $\frac{1}{2}(1 - \sin \theta)$

(36) $\frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$
- (37) $\frac{1}{2}(1 - \cos \theta)$

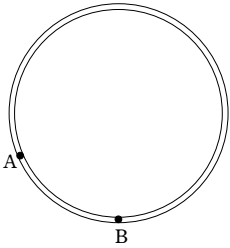
(38) $\frac{1}{2}(1 + \tan \theta)$

(39) $\frac{1}{2}(1 - \tan \theta)$

85 [1996 同志社大]

次の文中の空欄(ア)～(サ)に当てはまる式を記せ。

水平面上に図のような円形の管路があり、その中に質量 m で直径が管の内径に等しい 2 つの小球 A、B が入っている。管路と小球の間には摩擦はなく、管内は真空である。また、小球どうしの衝突は、管路の接線である直線上での、はねかえり係数 e の非弾性衝突と考えてよいものとする。はじめに小球 A を速さ V_0 で、静止している小球 B に衝突させる。この衝突直後の小球 A の速さ V_1 は ア で、小球 B の速さ W_1 は イ である。この後、小球 A と小球 B とは管路をまわって衝突をくりかえす。2 回目の衝突直後の小球 A の速さ V_2 と小球 B の速さ W_2 は、はねかえり係数 e と V_0 を用いて表すと、それぞれ、 ウ 、 エ である。 n 回目の衝突直後の小球 A の速さを V_n 、小球 B の速さを W_n と表し、 n 回目の



衝突の直前と直後の小球の速さの間の関係を V_n 、 W_n 、 V_{n-1} 、 W_{n-1} を用いて表すと

$$V_n + W_n = \text{オ}$$

が成りたつ。上式は V_0 を用いて

$$V_n + W_n = \text{カ}$$

①

と表される。また、 $V_n - W_n$ は、はねかえり係数 e と V_0 を用いて、

$$V_n - W_n = \text{キ}$$

②

と表される。

式①、②から n 回目の衝突直後の小球の速さは、はねかえり係数 e と V_0 を用いて

$$V_n = \text{ク}$$

$$W_n = \text{ケ}$$

と表される。衝突をくりかえていくと、 V_n および W_n はそれぞれ コ 、 サ に近づく。

86 [1996 中央大]

次の文章の空欄に適した式、数値、記号、語句などを記せ。

静止した粒子

B (質量 m_2) に向

かって、左方から

粒子 A (質量 m_1)

が x 軸に平行に

速さ v で飛来し

(1 図) 衝突した。

衝突後粒子 A、

B はそれぞれ v_1 、

v_2 の速さで、 x 軸

と角度 θ_1 、 θ_2 をなす方向に運動する (2 図)。弾性衝突の場合

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \text{ } 1$$

①

が成りたつ。また運動量の x 方向成分に対して

$$m_1 v = \text{ } 2$$

②

さらに y 方向成分に対して

$$0 = m_1 v_1 \sin \theta_1 - m_2 v_2 \sin \theta_2$$

③

が成りたつ。どの式も衝突前に関する量を左辺に、衝突後のそれを右辺に書いてある。この 3 つの関係式があるため、衝突後の運動は、完全にではないが、ある程度決められる。

すなわち式②および式③の両辺をそれぞれ 2 乗して加え合わせる。右辺がやや面倒になるが、三角関数の関係式、とくに $\cos$ の加法定理を応用してできるだけ簡単な形にまとめると (添字などを落とさないように注意しよう)

$$m_1^2 v^2 = \text{ } 3$$

④

のようになる。次に式①の両辺に $2m_1$ をかけて、式④から引き算し、整理すると

$$(m_1 - m_2) v_2^2 = \text{ } 4$$

⑤

が得られる。衝突後の運動はこの関係式を満たさなければならない。

この式の意味するところを調べよう。

まずこの式は $v_2 = 0$ とおくと満たされるが、それは 5 場合に相当し、あまり重要ではない。

そこでそれ以外の場合を考える。

とくに興味深いのは $m_1 = m_2$ のときである。このとき、(I) 6 、あるいは (II) 7 が得られる。(I) は A が B とちょうど正面衝突した場合に相当する。(II) はやや斜めに衝突した場合で、この式は衝突後の運動方向の間のなす角度が 8 となることを意味する。

これに対して $m_1 \neq m_2$ であると、この角度はきまった値にはならない。しかし不等式関係が成りたち、一般に $m_1 > m_2$ のときには角度は 9 、また $m_1 < m_2$ のときには 10 になる。

同じように式をつくって調べると、 $m_1 = m_2$ で非弾性衝突という場合には、この角度は 11 となることがわかる。

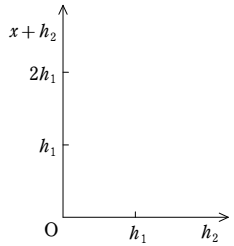
87 [1995 中央大]

次の文章の空欄に当てはめるのに最も適した式を記入し、グラフをかけ。

2 個の直角二等辺三角形 ACD と BOD をつないで作られた右図のようなジャンプ台がある。ただし、AD と BD は交点 D の上でなめらかな曲線で結ばれている。O を原点として、右のほうに地表にそって x 軸、鉛直上方に y 軸をとる。点 A と B の地表からの高さをそれぞれ h_1 、 h_2 とする。スキーヤーは、点 A における静止状態から滑降をはじめ、点 D の上の曲線にそって上昇に転じ、点 B で斜面にそって右上方に飛び出す。摩擦と空気抵抗は無視し、スキーヤーは質点として扱うことにする。

点 B におけるスキーヤーの速度の大きさは、 h_1 、 h_2 および重力による加速度 g を用いて $\boxed{1}$ と表される。またこの速度の x 成分は $\boxed{2}$ であり、 y 成分は $\boxed{3}$ である。

ジャンプ後のスキーヤーの高さ y を x を用いて表すと、 $y=\boxed{4}$ である。これからスキーヤーの着地点 P の x 座標を求めると $\boxed{5}$ となる。また、ジャンプ後のスキーヤーは $x=\boxed{6}$ で最高高度 $y=\boxed{7}$ に達する。さて、これら着地点と最高点の横座標 x を D 点からはかれは $x+h_2$ である。ここで h_2 を変化させたとき、着地点と最高点の横座標はどのように変化するであろうか。 $x+h_2$ を縦軸に、 h_2 を横軸にとって、着地点の位置の変化を実線で、最高点の位置の変化を点線で右の図にかけ。

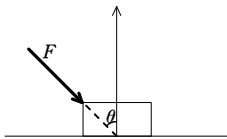


88 [1995 中央大]

次の文章の空欄に当てはめるのに最も適した数値、式、語句、グラフなどを記せ。重力の加速度 g の値が必要な場合には、 10 m/s^2 とせよ。

底面が平らな質量 M の物体が、水平に置かれた平板の上のっている。両者の間の静止摩擦係数を μ 、運動摩擦係数を μ' とする。一般に、 $\mu>\mu'$ である。この物体に対して水平方向に力 F を加えても、 F が最大静止摩擦力より小さいときには動かない。この物体に初速度 v_0 を与えて平板上の x 軸の正の方向に押しだすと、運動摩擦力を受けるため、しばらくすると止まる。この運動の間の加速度は $\boxed{1}$ である。 M が 1 kg のとき、この物体を初速度 10 m/s でこの水平板上に押しだしたところ、 10 m 動いて静止した。運動摩擦係数 μ' は $\boxed{2}$ と求められる。

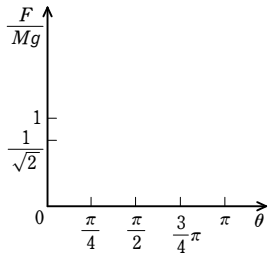
次に、この平板を水平面に対して θ だけ傾け、この物体を斜面にそって上方に v_0 の速度で押しだす。押しだされた直後の力学的エネルギーは $\boxed{3}$ である。この物体が斜面にそって上方に距離 x だけ動いたとき、物体が重力および摩擦力に抗してした仕事は $\boxed{4}$ である。したがって物体が最高点に達するまでに動いた距離は v_0 、 θ 、 μ' 、 g を用いて表すと $\boxed{5}$ となる。もしここで、角度 θ と静止摩擦係数 μ との間に $\boxed{6}$ の関係があると、最高点に達した後、ふたたび斜面にそって下方に向けてすべり落ちる。もとの位置を通過するときの速さは $\boxed{7}$ であり、 v_0 に等しくはならない。これは、最初にもっていた力学的エネルギーの一部が摩擦によって $\boxed{8}$ に変わったためである。



ふたたびこの物体を水平面上に置き、鉛直線と角度 θ をなす方向から力 $F(F>0)$ を図のように加え、 θ を 0 と π の間で変化させる ($\theta<\pi/2$ は後ろ上方から押すことに当たり、 $\pi/2<\theta$ は前上方へ引くことに当たる)。この物体がすべりだすための条件式は $\boxed{9}>\mu Mg$ である。

$\mu=1$ の場合に、この条件式をくわしく調べてみよう。

$\theta<\boxed{10}$ では条件式の左辺が負になり、したがって F をいくら大きくしてもすべりださない。 θ がこの値以上のときには、 F がある大きさに達すればすべりだす。すべりだす最小の力の変化のおおよそのようすを、縦軸を F/Mg 、横軸を θ とした平面に実線で記入し、すべりだす領域に斜線を施せば $\boxed{11}$ のようになる。

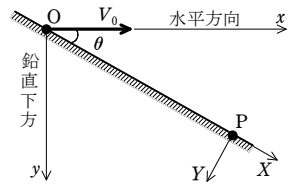


89 [1995 法政大]

以下の $\square$ に適切な式を記入せよ。

図に示すように斜面があり、点 O を原点として水平方向に x 軸、鉛直下方に y 軸をとる。斜面の最大傾斜線は xy 面にあり、水平と角 $\theta (<45^\circ)$ をなして下がっている。

質量 M の質点を初速度 V_0 で点 O から x 方向に投げたところ、点 P で斜面に衝突してはねかえった。衝突の際の質点の速度変化は、斜面と垂直な成分については、はねかえりの係数は 1 であり、斜面に平行な成分については、摩擦係数 $\tan \theta$ の動摩擦力を受けた。重力加速度の大きさを g とする。



質点が点 O から投げだされてから時間 t 後の位置 (斜面と衝突する以前) は $\boxed{ア}$ であるから、斜面と衝突するまでの時間は $\boxed{イ}$ である。

次に質点の衝突直後の速度を求めよう。点 P を原点として xy 面に XY 座標をとり、斜面の方向を X 軸、垂直下方を Y 軸とする。速度の X 成分は x 、 y 成分それぞれの X 方向の分速度の和であり、 Y 成分についても同様であるから、衝突直前の質点の速度の X 、 Y 成分はそれぞれ $\boxed{ウ}$ となる。

衝突に際して、質点はごく短い時間、斜面上にあり、ある一定の大きさの力で斜面を押し、質点はその反作用を斜面から受けると考えられる。力の斜面に対する垂直、平行方向の分力を用い、衝突前後の質点の X 、 Y 方向の運動量、力積の関係を使って、衝突直後の質点の速度の X 成分は $\boxed{エ}$ と計算される。したがって、衝突直後の質点の速度の x 、 y 成分は $\boxed{オ}$ と得られる。

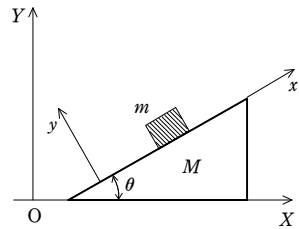
90 [1994 法政大]

次の文の $\square$ に入れるべき式または語を答えよ。

図のように、頂角 θ の直角三角形を断面とする物体 M (質量 M) が水平面上にある。M の斜面上に物体 m (質量 m) をのせたところ、 m はすべり落ち始め、同時に M も水平面上をすべり始めた。この運動について調べよう。ただし、重力加速度の大きさを g とし、摩擦力は無視する。 m の運動に対しては M の斜面に固定された xy 座標を用い、M の運動には水平面に固定された XY 座標を用いる。

運動する xy 座標で観測したとき、 m は重力、M からの垂直抗力 (大きさを N とおく) および慣性力 (大きさを K とおく) を受けて運動すると考えることができる。M の加速度 (大きさを A とおく) は X 軸の正の向きをもつから、慣性力の大きさは A を用いて、 $K=\boxed{1}$ であり、向きは X 軸の $\boxed{2}$ の向きとなる。したがって慣性力の x 成分は $-K\cos\theta$ 、 y 成分は $K\sin\theta$ となる。

m の加速度の x 、 y 成分をそれぞれ a_x 、 a_y と表すと、 m の x 軸方向、 y 軸方向の運動方程式は、それぞれ次式となる。

$$ma_x=\boxed{3}$$
$$ma_y=\boxed{4}$$


m は斜面から浮き上がらないから、 $a_y=\boxed{5}$ でなければならない。

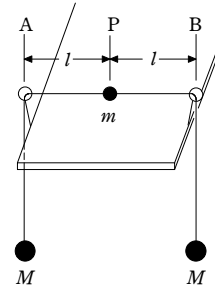
M は、 m に与える垂直抗力の反作用と重力とを受けて運動する。 XY 座標で M の運動を表せば、 X 軸方向の運動方程式は次式となる。

$$MA=\boxed{6}$$

これらの式から N と K を消去すれば、M の加速度は $A=\boxed{7}$ と求まるから、 m の運動は、 $a_x=\boxed{8}$ の等加速度運動であることがわかる。

91 [1994 立命館大]

質量 m の小さな物体 P がなめらかで水平な板の上に置かれている。この物体に、2本の軽くて伸びない糸を結び、その両端に、板の端点 A、B に取りつけられたなめらかな丸環を通して、同じ質量 M の2つの物体をつるす。A と B の間隔を $2l$ 、 $M > m$ とし、重力加速度を g とする。



物体 P が AB の中点にあって、3つの物体がつりあいにある状態から、物体 P に、AB に垂直な方向で水平に小さい変位を与えると、P は微小振動を行う。

- (1) このときの物体 P の角振動数を求めよ。ここで、変位が小さいために糸の張力は一定とみなせるものとする。

次に、板全体を AB に垂直な方向に、水平面内で一定の加速度 α で動かすと、物体 P は AB の中点から AB に垂直な方向に変位し、3つの物体がつりあった。

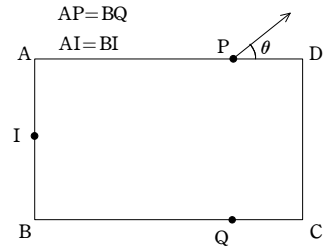
- (2) 3つの物体がつりあった状態での糸の張力を求めよ。
(3) このとき、物体 P が、加速度のない状態でのつりあいの位置からずれる距離を求めよ。
(4) 加速度 α で動いている状態で、物体 P を加速度の方向と平行に、つりあいの位置からわずかに変位させたときに生じる微小振動の、角振動数の2乗を求めよ。なおこのときも、変位が小さいために糸の張力は一定とみなすことができ、また質量 M の物体は、このときのつりあいの位置からほとんど動かないものとする。

なお、必要があれば、 x が a 、 b (ともに正) に比べて小さいときの近似式

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} \div \frac{x}{a}, \quad \frac{x+b}{\sqrt{(x+b)^2+a^2}} \div \frac{x+b}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{ を用いよ。}$$

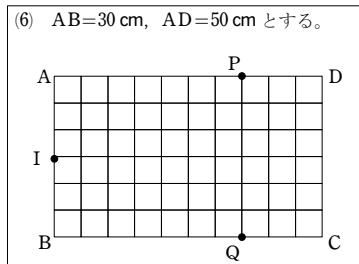
92 [1994 関西学院大]

図のように、カバーをかけられて上から見るができない水平な長方形領域 ABCD がある。この領域の中に、質量のわからない赤い球1つと、質量 m_1 の青い球1つが置かれて静止している。これらの球の位置を探るために、図の I 点から AB に垂直に、質量 m_2 ($m_2 \neq m_1$) の白い球を速度 v_0 で入射したところ、AD 上の点 P と BC 上の点 Q から、それぞれ1球ずつ出てきたが、もう1つの球は出てこなかった。Q から出てきた球の色は、青であった。また、球どうしの衝突音は t [s] の間隔で2回聞こえた。



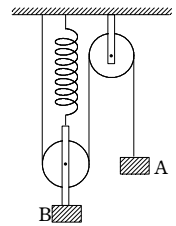
出てこなかった球は、領域 ABCD 内にとどまって静止しているとする。また、衝突は、完全弾性衝突 (はねかえり係数 $e=1$) とし、球の大きさは無視できるとする。次の各問に答えよ。

- (1) 一般に、平面上で静止している球に、完全弾性衝突で衝突した球が、衝突後静止するのは、どのようなときか、簡潔に記せ。
(2) P から出てきた球が、赤い球である場合、その質量はいくらか。また、最初の赤い球の位置には、何通りの可能性が考えられるか。
(3) P から出てきた球が、白い球である場合、赤い球の質量はいくらか。また、最初の赤い球の位置には、何通りの可能性が考えられるか。
(4) P から出てきた球の速度は、Q から出てきた球の速度の何倍か。
(5) P から出てきた球の進行方向と PD との間の角度を θ とし、 $\cos \theta$ を m_1 と m_2 で表せ。また、取り得る θ の最大値は、何度か。
(6) $v_0=5 \text{ cm/s}$, $m_1=100 \text{ g}$, $m_2=156 \text{ g}$, $t=6 \text{ s}$ とすると、赤い球と青い球の最初の位置はどこか。右図に×印をつけ、その横に赤、青と書き入れよ。位置をわかりやすくするために、補助線や距離などを書き込んでよい。



93 [1993 明治大]

図のように、ばね定数 k の軽いばねをつけた動滑車と定滑車とを天井からつるし、これらに軽くて伸びも縮みもしない糸をかけ、その一端は天井に固定し、他端に質量 M_A のおもり A をつける。動滑車には質量 M_B ($M_B < M_A$) のおもり B がつけられている。重力加速度を g とし、滑車の質量は無視できるものとして、次の文中の の中に適するものをそれぞれの解答群から1つだけ選べ。



- (1) ばねが自然の長さになるように、おもり A を板で支えて静止させる。そこから板をゆっくり下げていくと、おもり A は距離 $D = \text{ア}$ だけ下降したところで板から離れて静止した。このとき動滑車は だけ上昇しているので、ばねには だけのエネルギーが蓄えられ、おもり A と B の位置エネルギーの和は、板を下げる前のものより、 だけ減少する。また、おもり A が板にした仕事量は である。
(2) おもり A をもとの位置に戻し、ばねが自然の長さになるようにする。そこで板を急に取ると、おもり A は最大 だけ下降する。途中 だけ下降したところでおもり A の速さは最大となり、その値は である。

ア, イ の解答群

- ① $\frac{M_A g}{k}$ ② $\frac{2M_A g}{k}$ ③ $\frac{(M_A - M_B)g}{k}$ ④ $\frac{2(M_A - M_B)g}{k}$
⑤ $\frac{4(M_A - M_B)g}{k}$ ⑥ $\frac{(2M_A - M_B)g}{k}$ ⑦ $\frac{2(2M_A - M_B)g}{k}$
⑧ $\frac{4(2M_A - M_B)g}{k}$

ウ, エ, オ の解答群

- ① $\frac{1}{2} M_A g D$ ② $\frac{1}{4} M_A g D$ ③ $(M_A - M_B)g D$ ④ $\frac{1}{2} (M_A - M_B)g D$
⑤ $\frac{1}{4} (M_A - M_B)g D$ ⑥ $(2M_A - M_B)g D$ ⑦ $\frac{1}{2} (2M_A - M_B)g D$
⑧ $\frac{1}{4} (2M_A - M_B)g D$

カ, キ の解答群

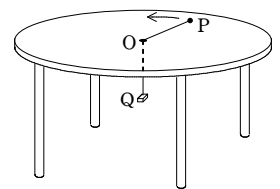
- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2 ⑥ 4 ⑦ 8 ⑧ 16

ク の解答群

- ① $\sqrt{\frac{gD}{2}}$ ② $\sqrt{2gD}$ ③ $\sqrt{\frac{2(2M_A - M_B)gD}{4M_A + M_B}}$
④ $\sqrt{\frac{(2M_A - M_B)gD}{4M_A + M_B}}$ ⑤ $\sqrt{\frac{2(2M_A - M_B)gD}{2M_A + M_B}}$
⑥ $\sqrt{\frac{(2M_A - M_B)gD}{2M_A + M_B}}$ ⑦ $\sqrt{\frac{2(M_A - M_B)gD}{4M_A + M_B}}$
⑧ $\sqrt{\frac{2(M_A - M_B)gD}{2M_A + M_B}}$

94 [1993 関西学院大]

質量 0.1 kg の小物体 P が、なめらかな面をもつ水平な円卓上を、1秒の周期で回転している。この小物体 P は、図に示すように、円卓の中心 O の小穴を通る長さ 1 m の糸で、質量 0.2 kg のおもり Q とつながっている。重力の加速度を 9.8 m/s^2 とし、糸の重さ、糸と小穴との間の摩擦はいずれも無視できるものとして、次の各問に答えよ。計算では $\pi^2=10$ とせよ。



- (1) おもり Q をつるしている糸の長さは、円卓上の O から何 m か。
(2) 小物体 P のもつ加速度を求めよ。また、その向きはどちらか。
(3) 小物体 P の運動エネルギーを求めよ。
(4) この状態で、Q にさらに 0.4 kg のおもりをのせた。小物体 P が中心に向かってすべりはじめるときの Q の加速度を求めよ。また、そのときの糸の張力はいくらか。

95 [1993 関西大]

次の文の 1 ～ 9 に入れるのに最も適当な式または語句を文末の解答群から選べ。ただし、同じものを 2 回以上用いてもよい。また、 a , b には数値を記せ。数値は 3 桁の有効数字で求めよ。本文中および解答群には下記の記号を用いている。数値は必要のある場合使用せよ。

m : 惑星の質量 R : 惑星の軌道半径 T : 惑星の公転周期
 v : 惑星の公転速度 G : 万有引力定数 M : 太陽の質量
 $\sqrt{2}=1.4142$ $\sqrt{3}=1.7321$ $\sqrt{5}=2.2361$ $\pi=3.1416$
惑星の運動はケプラーの 3 つの法則にまとめられている。ここでは、惑星が太陽を中心とする円軌道上を運動しているとし、万有引力の法則と第 2 法則を用いて、第 3 法則を表す関係を導きだそう。
第 2 法則は面積速度一定の法則ともいわれ、太陽と惑星を結ぶ線分が 1 に描く面積は、各惑星について一定である。したがって、惑星は 2 で運動していることになるから、第 2 法則は $\frac{1}{2} \times$ 3 = 一定 と表せる。このような運動をしている惑星には遠心力 4 がはたらき、また 5 が作用しているから、惑星の運動は 6 = 0 にしたがる。この関係から公転速度は 7 と表せる。一方、周期を用いると、公転速度は 8 である。これらの関係から、 $T^2=$ 9 $\times R^3$ が得られる。この周期と軌道半径の関係は惑星に依存しない第 3 法則を表したものである。
いま、惑星 E の公転速度は 30.0 km/s であり、惑星 J の軌道半径は惑星 E の 6.00 倍であるとするとき惑星 J の公転速度は a km/s となり、惑星 J は惑星 E の b 倍の公転周期で回っている。

- [解答群] ① 単位長さ ② 単位時間 ③ 単位質量 ④ 等 速
⑤ 単振り子 ⑥ 重 力 ⑦ 遠心力 ⑧ 万有引力
⑨ $\frac{2\pi R}{T}$ ⑩ $4\pi R^2$ ⑪ $\frac{4\pi^2}{GM}$ ⑫ $\frac{4GM}{\pi^2}$ ⑬ $\sqrt{\frac{GM}{R}}$
⑭ $\frac{GmM}{R^2} - \frac{mv^2}{R}$ ⑮ $\frac{GmM}{R^2} - \frac{Mv^2}{R}$ ⑯ $\frac{GM}{R^2} - \frac{mv^2}{R}$
⑰ $\frac{mv^2}{R}$ ⑱ $\frac{Mv^2}{R}$ ⑲ Rv ⑳ R^2v

96 [1993 法政大]

次の文の に入れるべき式または数値を答えよ。

1 図において、OAB は内面がなめらかな直円錐の容器で、中心軸は鉛直に置かれていて、図の器壁上の直線 OA は鉛直面内にあり、水平面となす角は θ である。2 図の OCD は放物線を回転させてできたなめらかな内面 (回転放物面) をもつ容器で、その中心軸も鉛直である。

質量 m の物体の、2 つの容器の内面に沿う水平な等速円運動を比較して見たい。どちらの場合も、円の中心 (両図の点 M) は中心軸上にあり、その高さを y とし、円の半径は x と記す。回転放物面では x, y の関係は、 $y = \frac{1}{2}\beta x^2$ 、ただし β は定数である。また重力加速度の大きさを g とする。

はじめ、直円錐容器について考察しよう。物体が図の P の位置で容器から受ける抗力 $\vec{N}$ の M に向かう水平成分と鉛直成分を N_x, N_y を記すと、 $\vec{N}$ が容器壁に垂直であることと、水平運動であることにより、 N_x, N_y を m, g, θ を使って表すことができる。

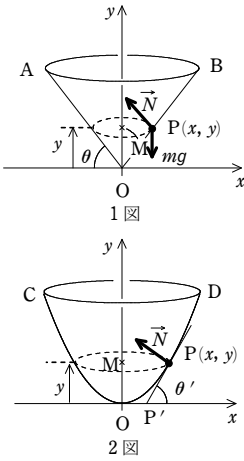
$N_x =$ ア (1)
 $N_y =$ イ (2)

円運動の速さ v は、運動方程式から定まる。 v と全力学のエネルギー E (両図の O 点の位置エネルギーを 0 とする) とは m, g, y を使って表すことができ、 $v =$ ウ , $E =$ エ となる。

次に、回転放物面の場合について考える。物体が 2 図の P の位置において受ける抗力は放物線 COD の接線 PP' に垂直なので、上の式 (1) と (2) に現れる角 θ を PP' が x 軸となす角 θ' で置き換えると、この場合の抗力の成分が求められる。接線の性質から $\tan(\theta') = \beta x$ である。この関係を使うとこの場合の円運動の速さ v' と全力学のエネルギー E' とはそれぞれ、 m, g, y を使って表すことができ、 $v' =$ オ , $E' =$ カ となる。

この水平等速円運動の中心 M の高さを 2 倍にすると、回転の周期は直円錐面の場合には、もとの周期の キ 倍に、回転放物面の場合には、もとの周期の ク 倍に

なる。



97 [1993 中央大]

次の文章の(ア)から(シ)の空欄に適した答えを記せ。

1 図に示すように間隔 $2a$ で並べられた 2 枚の平行な板 A, A' に小穴 C, C' があいている。 CC' を結ぶ線は板に垂直である。この穴を通して糸を一定の張力 T で張り、この糸の中央に質量 m の小球 P をとりつける。以下では小球 P の CC' と垂直方向の振動運動について考察する。その際糸と穴との間の摩擦および重力の影響は無視する。また小球の振動の振幅は糸の長さ比べて十分小さいとする。

まず小球 P に糸からはたらく力を求める。この小球 P が CC' の中点 O から 1 図のように x だけ変位しているとき、P には O に引き戻す糸からの復元力 F がはたらく。 F の大きさは P の両側の糸の張力の PO 方向の成分に等しいので、 F を張力 T と角度 θ を用いて表すと

$$F = \boxed{\mathcal{F}} \quad (1)$$

となるが、振動の振幅が小さいときには $\sin \theta \doteq \tan \theta = \frac{x}{a}$ である。よって復元力 F は

$$F = \boxed{1} \quad (2)$$

と表せる。

一般に角振動数 ω で単振動する質量 m の物体の変位が x のとき、この物体にはたらく復元力 F は m , ω , x を用いて表すと

$$F = -m\omega^2 x \quad (3)$$

である。このことと (2) から小球 P の角振動数 ω は

$$\omega = \boxed{\dot{U}} \quad (4)$$

となる。

ところで単振動している質量 m の小球のもつ力学的エネルギー (運動エネルギーと位置エネルギーの和) E は運動エネルギーの時間平均値の 2 倍に等しく

$$E = m\omega^2 \overline{x^2} \quad (5)$$

と表される。ここで $\overline{x^2}$ は小球の変位 x を 2 乗したものの 1 周期にわたる時間平均値である。(4) ですでに求めている ω を用いると上記の E は

$$E = \boxed{\mathfrak{I}} \quad (6)$$

となる。

次に小球 P が振動している状態で、A、A' の両方の板を同じ距離ゆっくりとずらし^{*}、板の間隔 $2a$ を $2(a+\Delta a)$ に変化させる。このとき角振動数 ω は $\omega+\Delta\omega$ に変化し

$$\omega + \Delta\omega = \boxed{\text{才}} \quad (7)$$

となる。ここで絶対値が 1 に比べて十分に小さい変数 ε に関する近似公式

$$\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon}} \doteq 1 - \frac{1}{2}\varepsilon \text{ を用いると } \omega + \Delta\omega = \boxed{\text{力}} \quad (8)$$

となる。よって $\frac{\Delta\omega}{\omega} = \boxed{\text{キ}}$ (9)

と書ける。

さて P が振動するとき、板には糸からの力 CE がはたらく (2 図)。ここではその力の CD 方向の成分を求めてみる。2 図はこのときの力の分解図を示している。このとき三角形 DEG と三角形 CPO (1 図) の相似性を利用すると、糸から板にはたらく力の CD 方向の成分 F' (図中の CG) は $T \cdot a, x$ を用いて



$$F' = \boxed{\kappa} \quad (10)$$

と表される。さらに $a \gg |x|$ に注意して、前述の近似公式を用いると

$$F' = \boxed{\text{ケ}} \quad (11)$$

と書ける。これから F' は常に 0 以上の正の値を

とっており、板には常に外向きの力がはたらいっていることがわかる。

さて板を上のようにゆっくりずらしたとき、板は振動系に対して仕事をする。それにより力学的エネルギー E も変化し、 $E + \Delta E$ となる。両方の板を F' に逆らってずらすとき、各板から糸に反作用としてはたらく力 $-F'$ の時間平均値と、各板の移動距離 Δa を用いると ΔE は直ちに計算される。すなわち $\overline{F'}$ を F' の時間平均値とすると

$$\Delta E = \boxed{\text{コ}} \quad (12)$$

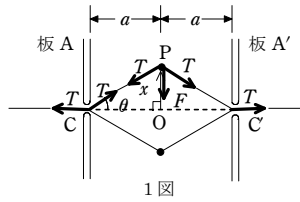
のように表される。 F' は(11)で求めていることから T , a , x , Δa を用いると ΔE は

$$\Delta E = \boxed{\text{サ}} \quad (13)$$

と書ける。よって $\frac{\Delta E}{E}$ を a , Δa を用いて表すと

$$\frac{\Delta E}{E} = \boxed{\gamma} \quad (14)$$

となる。これと (9) の比較から $\frac{dE}{d\omega} = \frac{E}{\omega}$ となつて、 $\frac{E}{\omega}$ は時間に対して一定値を示すことがわかる。



物理学では $2\pi\left(\frac{E}{\omega}\right)$ を作用 (action) とよんでいる。この問題のように振動現象で何ら

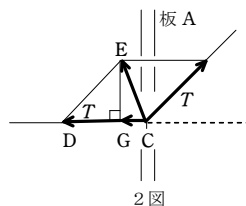
かの操作によって振動の周期をゆっくり変化させたとき，作用は一定値に保たれることが知られている。これは断熱定理といい，振動現象一般に適用される定理である。

*) ここでゆっくりすらすとは振動の1周期程度の短い時間では a や後述の E などは一定値とみなせるという意味である。

[98] [1992 中央大]

銃を真上に向けて発射したら弾丸は高度 h [m] に達した。

- (1) 弾丸の初速度 v_0 [m/s] を重力による加速度 g [m/s²] と h [m] とで表せ。
- (2) 斜めに向けて発射したときの最大到達距離を求めよ。
- (3) 最大到達距離内の距離 a [m] の所に高さ b [m] の塀を建て、地面と角度 θ をなす方向に発射したときに弾丸が塀を飛び越えられるためには、 a , b , h , θ の間にどのような不等式が成立しなければならないか。
- (4) 角度 θ を適当に選んで弾丸が塀を飛び越えられるようにするためには、 a , b , h の間にどのような不等式が成立しなければならないか。
- (5) このときに、 a , b のとりうる値の範囲を ab 平面に図示し、大切と思われる座標を書き入れ、許される領域を斜線で表示せよ。



99 [1992 関西大]

次の文の に入れるのに最も適当な式を解答群から選び、その記号を記せ。

同じものを 2 回以上用いてもよい。

図に示すような台の端に小球が置かれており、小球はその真上 h の高さにある固定点 C に長さ l ($l > 2h$) のひもで結ばれている。いま、小球に右向きの水平な速度 v を与える。この小球は、最初のうちひもに全く影響されない運動をするが、ひもが伸びきったところでひもに拘束された運動をはじめ。このような小球の運動について考えてみよう。ただし、 g は重力加速度を表し、周囲の空気の影響は無視する。また、ひもは十分に軽く、切れたり伸び縮みしたりしないものとする。

小球は運動開始から t_0 後の時刻にひもが伸びきった位置 Q 点に達するものとする (図参照)。 $\angle Q'CQ$ を θ とし、 Q 点における CQ 方向およびそれと直角な方向の小球の速度 (C 点から Q 点に向かう方向および θ が増える方向を正) をそれぞれ v_N および v_T とすると、

$v_N = \text{ア} \times \sin \theta + \text{イ} \times \cos \theta,$

$v_T = \text{ア} \times \cos \theta - \text{イ} \times \sin \theta$

で表される。一方、

$\sin \theta = \frac{\text{ウ}}{l}, \quad \cos \theta = \frac{1}{l} \{ h + g \times \text{エ} \}$

であるから、

$v_N = \frac{t_0}{l} \{ \text{オ} + gh \}, \quad v_T = \frac{v}{l} \{ \text{カ} \}$

が得られる。

v が小さいと、小球は Q 点から下向きに進むが、 v がある程度大きい場合には上向きに進む。小球の運動の上下の向きは、 Q 点での の符号によって定まる。

= 0 となる t_0^2 を求めると、

$t_0^2 = \frac{\text{ク}}{g}$

となる。一方、 t_0 はひもの長さ l と Q の位置関係から v を用いて次のように表すことができる。

$t_0^2 = \frac{2}{g^2} \{ \sqrt{v^4 + \text{ケ} \times gv^2 + \text{コ}} - v^2 - gh \}$

したがって、 = 0 を満足する v は

$v = \text{サ} \times \sqrt{g}$

である。

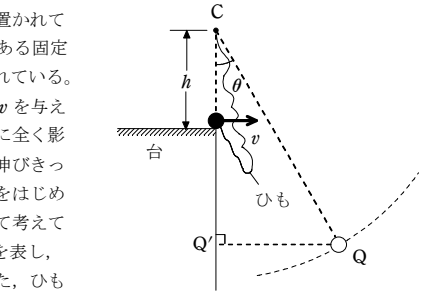
【解答群】

- (1) g (2) v (3) v_N (4) v_T (5) h (6) l (7) $2g$ (8) $2h$
- (9) $2l$ (10) g^2 (11) h^2 (12) $g^2 l^2$ (13) gt_0 (14) vt_0 (15) $\frac{1}{2}g$
- (16) $\frac{1}{2}t_0$ (17) $\frac{1}{2}t_0^2$ (18) $\frac{1}{2}gt_0^2$ (19) $-\frac{1}{2}g^2t_0^2$ (20) $\frac{1}{2}gt_0^2 + v^2$
- (21) $-\frac{1}{2}g^2t_0^2 + h$ (22) $\frac{1}{2}g^2t_0^2 + v^2$ (23) $\frac{1}{2}gt_0^2 - h$ (24) $-\frac{1}{2}gt_0^2 + h$
- (25) $\sqrt{\frac{l^2 - h^2}{2h}}$ (26) $\sqrt{\frac{l^2 - 2h^2}{h}}$ (27) $\sqrt{\frac{l^2 - 4h^2}{2h}}$

100 [1992 学習院大]

問題に与えられていない記号が必要なときは、定義してから用いよ。

1 図のように、一端を固定したばねにつけた質量 M の小球 A が、なめらかな床の上で、振幅 a 、周期 T の単振動をしている。2 図のグラフは、このときの A の変位



1 図

x を時間 t の関数として表したものである。

(1) A が $x=0$ の点を通過するときの速さ V_0 を a, T を用いて表せ。

A と同じ大きさで同じ質量 M をもつ小球 B が x 軸上の正の側から、等速直線運動をしてきて、 A と衝突する。 B の衝突前の速さは (1) で求めた V_0 に等しいものとする。また、衝突は瞬間的で完全弾性的である。 A, B の大きさは無視できる。

まず、 A と B の衝突が時刻 $t=0$ に起こったとしよう。

(2) このとき、衝突直後の A, B の速さを V_0 で表せ。衝突後の A は単振動をする。その振幅を a で表せ。

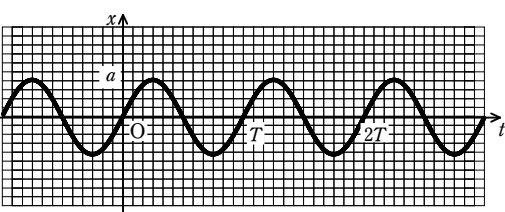
(3) A, B の運動のようすをグラフに表せ。

次に、 A と B の衝突が時刻 $t = \frac{T}{4}$ に起こったとする。

(4) このとき、衝突直後の A, B の速さを V_0 で表せ。衝突後の A の振動の振幅を a で表せ。

(5) A, B はもう一度衝突する。その直後の A, B の速さを V_0 で表せ。この衝突後の A の振動の振幅を a で表せ。

(6) 以上の結果をもとに、 A, B の運動のようすをグラフに記せ。



2 図