1 [2007 立教大]

$\sqrt{n}$ の整数部分が 50 であるような自然数 n は $\boxed{\quad}$ 個ある。

2 [2014 佛教大]

$\dfrac{\sqrt{\sqrt{5}+1}+\sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}-\sqrt{\sqrt{5}-1}}$ を簡単にすると，ア$\boxed{\quad}+\sqrt{イ\boxed{\quad}}$ である。

3 [2012 國學院大]

2 次方程式 $(4-2\sqrt{3})x^2+(\sqrt{3}-1)x-2=0$ を解け。

4 [2013 関西大]

$a>b$ で $a+b=3$，$ab=1$ を満たすとき，$\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ の値を求めよ。

5 [2015 駒澤大]

$x+\dfrac{1}{x}=2\sqrt{7}$ のとき，$x^2+\dfrac{1}{x^2}=$ ア$\boxed{\quad}$，$x^3+\dfrac{1}{x^3}=$ イ$\boxed{\quad}\sqrt{ウ\boxed{\quad}}$，

$x^4+\dfrac{1}{x^4}=$ エ$\boxed{\quad}$，$x^5+\dfrac{1}{x^5}=$ オ$\boxed{\quad}\sqrt{カ\boxed{\quad}}$ である。

6 [2017 金沢工業大]

a，b を定数とする。不等式 $2(x-a)<3(x-5)<x+2a+b$ の解が $1<x<12$ であるとき，$a=$ ア$\boxed{\quad}$，$b=$ イ$\boxed{\quad}$ である。

7 [2017 龍谷大]

実数 x に対して，x 以下の整数のうち最大のものを $[x]$ と表すことにする。例えば，$[\pi]=3$，$[3]=3$ である。実数 a，b が $[\sqrt{a}]=7$，$[\sqrt[3]{b}]=3$ を満たすとき，$[a+b]$ の最大値と最小値を求めよ。

8 [2015 防衛医科大学校]

1 次式の積 $(x-2)(x+3)(x+4)(x-6)$ は，2 次式の積 $(x^2+ax+12)(x^2-bx+12)$ と表すことができる。また，$(x-2)(x+3)(x+4)(x-6)+54x^2$ は，$(x^2-cx+12)(x^2+dx+12)$ と因数分解できる。ただし，a，b，c，d は正の数とする。a，b，c，d の値を求めよ。

9 [2014 横浜市立大]

a，b，c を相異なる実数とする。x，y，z に関する連立 3 元 1 次方程式

$\begin{cases} x-ay+a^2z=a^4 \\ x-by+b^2z=b^4 \\ x-cy+c^2z=c^4 \end{cases}$ を解きたい。その解を基本対称式 $A=a+b+c$，$B=ab+bc+ca$，$C=abc$ を用いて表せ。

10 [2014 早稲田大]

実数 a，b，c が $a+b+c=8$，$a^2+b^2+c^2=32$ を満たすとき，実数 c の最大値は $\dfrac{ア\boxed{\quad}}{イ\boxed{\quad}}$ である。

11 [2013 近畿大]

不等式 $\dfrac{3-\sqrt{2013}}{2}<x<\dfrac{5+\sqrt{2013}}{3}$ を満たす整数 x は全部で ア$\boxed{\quad}$ 個あり，そのような x の最大値は イ$\boxed{\quad}$ である。

12 [2010 水産大学校]

正の数 x，y，λ が $x^2+3y^2=15$，$y^2-2\lambda x=0$，$xy-3\lambda y=0$ を満たすとき，λ を求めよ。

13 [2010 名城大]

方程式 $6x^4+5x^3-38x^2+5x+6=0$ の解 x について，$x+\dfrac{1}{x}=t$ とおくと t の正の値は ア$\boxed{\quad}$ であり，もとの方程式の解 x の中で最も大きいものは イ$\boxed{\quad}$ である。

14 [2011 東北学院大]

次の命題の真偽を述べよ。また，真であるときは証明し，偽であるときは反例(成り立たない例)をあげよ。ただし，a，b，c は整数とする。

(1) $a^2+b^2+c^2$ が偶数ならば，a，b，c のうち少なくとも 1 つは偶数である。

(2) $a^2+b^2+c^2$ が 4 の倍数ならば，a，b，c のうち少なくとも 1 つは 4 の倍数である。

(3) $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ が奇数ならば，a，b，c のうち奇数の個数は 1 個または 2 個である。

15 [2017 静岡大]

整数 n がある整数の 2 乗で表されるとき，n は平方数であるという。2 つの平方数の和で表される整数全体の集合を A とする。例えば，$0=0^2+0^2$ より $0\in A$ であり，また，$13=2^2+3^2$ より $13\in A$ である。

(1) 整数 a，b，x，y に対して，等式

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2+(ay-bx)^2$$

が成り立つことを示せ。

(2) 2 つの整数 α，β が A の要素であるとき，積 $\alpha\beta$ は A の要素であることを示せ。

(3) 25，50，1250 のそれぞれが A の要素であることを示せ。

16 [2017 金沢工業大]

以下の $\boxed{\quad}$ にあてはまるものを，次の①～④のうちから 1 つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。また，a は実数である。

(1) $|a+1|=2$ は $a^2+2a-3=0$ であるための $\boxed{\quad}$。

(2) $|a-1|<2$ は $a^2-1<0$ であるための $\boxed{\quad}$。

(3) $1<|a|<2$ は $-1<a<2$ であるための $\boxed{\quad}$。

① 必要条件であるが，十分条件でない

② 十分条件であるが，必要条件でない

③ 必要十分条件である

④ 必要条件でも十分条件でもない

17 [2017 津田塾大]

実数 a に対して，a 以下の最大の整数を $[a]$ で表す。

(1) a と b が実数のとき，$a\leqq b$ ならば $[a]\leqq[b]$ であることを示せ。

(2) n を自然数とするとき，$[\sqrt{n}]=\sqrt{n}$ であるための必要十分条件は，n が平方数であることを示せ。ただし，平方数とは整数の 2 乗である数をいう。

(3) n を自然数とするとき，$[\sqrt{n}]-[\sqrt{n-1}]=1$ となるための必要十分条件は n が平方数であることを示せ。

18 [2015 大阪大]

(1) $\sqrt{2}$ と $\sqrt[3]{3}$ が無理数であることを示せ。

(2) p，q，$\sqrt{2}\,p+\sqrt[3]{3}\,q$ がすべて有理数であるとする。そのとき，$p=q=0$ であることを示せ。

19 [2014 東北学院大]

次の命題の真偽を調べ，真であるときは証明を与え，偽であるときは反例をあげよ。ただし，m，n は自然数とする。

(1) n^2 が 4 の倍数ならば，n は 4 の倍数である。

(2) m^2+n^2 が偶数ならば，$m+n$ は偶数である。