

1 [2017 公立鳥取環境大]

a を定数とする。2次関数 $f(x) = x^2 - 2ax - a + 2$ について、次の問いに答えよ。

- 方程式 $f(x) = 0$ が異なる2つの実数解をもつとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。
- 方程式 $f(x) = 0$ が異なる2つの実数解をもち、かつ、それらがともに0以上3以下であるとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。

2 [2017 岡山理科大]

2次関数 $f(x) = -2x^2 + 4kx - k^2 - 2k + 2$ に対し、次の問いに答えよ。

- $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を k を用いて表せ。
- 範囲 $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値を $M(k)$ とするとき、 $M(k)$ を k の式で表せ。
- k がすべての実数を動くとき、(2) で求めた $M(k)$ の最大値を求めよ。

3 [2017 立教大]

$|x| \leq 3$ を満たす、すべての実数 x に対して $-ax^2 - 2ax + 6 - a > 0$ となる定数 a の範囲は \square である。

4 [2017 岡山理科大]

2次方程式 $x^2 - 8x + 4 = 0$ の解のうち小さいほうを α とするとき、次の問いに答えよ。

- α^3 の値を求めよ。
- $\frac{\alpha^3 - \alpha^2 - 2\alpha + 15}{\alpha^2 - 8\alpha + 5}$ の値を求めよ。
- $\beta = 4 + 2\sqrt{3}$ のとき、 $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ の値を求めよ。

5 [2015 千葉大]

a を実数とする。 x に関する方程式 $|x^2 - 6x - |x - 6|| + x = a$ の実数解の個数を求めよ。

6 [2017 摂南大]

ある自然数 n に対し、 m に関する2次不等式 $5m^2 - 3nm + 3 < 0$ を満たす整数が2個だけ存在するとする。このとき、 $n = \square$ 、 \square (ただし、 $\square < \square$)、また、いずれの n に対しても、整数解は \square 、 \square (ただし、 $\square < \square$) である。

7 [2017 摂南大]

a を実数の定数とする。連立不等式 $\begin{cases} x^2 - 18x - 40 > 0 \\ (x+1)(x-a^2+a) < 0 \end{cases}$ を満たす x が存在しないとき、 a の値の範囲は $-\square \leq a \leq \square$ である。

8 [2017 防衛医科大学校]

2つの関数 $f(x) = x^2 + x - 2$ 、 $g(x) = x^2 + 6x + 4$ がある。 $f(x) \geq 0$ かつ $g(x) \leq 0$ を満たす x の最小値を α 、最大値を β 、 $f(x) \leq 0$ かつ $g(x) \leq 0$ を満たす x の最大値を γ とする。 $\frac{\beta - \alpha}{\gamma - \beta}$ はいくらか。

9 [2017 関西学院大]

a, b を定数とし、 $a \neq 0$ とする。このとき、次の2つの2次関数を考える。

$$y = x^2 + bx + 2b - 6 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$y = ax^2 + 2ax + a + 6 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①のグラフと直線 $y = x + 1$ の交点を P, Q とおくと、線分 PQ の長さは $b = \square$ のとき最小値 \square をとる。また、①のグラフを x 軸方向に1、 y 軸方向に p だけ平行移動したとき、②のグラフに重なったとすると、 $a = \square$ 、 $b = \square$ 、 $p = \square$ である。

10 [2017 滋賀大]

$y = |x^2 - 3x - 4| + 3x + 3$ のグラフを C 、 $y = a(x - 4) + 15$ のグラフを L とする。ただし、 a は定数である。

- C の概形をかけ。
- $-1 \leq x \leq 4$ における C と L の共有点の x 座標を a を用いて表せ。
- C と L の共有点の個数は、定数 a の値によってどのように変わるか。

11 [2017 明治薬科大]

x の関数 $f(x) = ||x - 1| - x|$ について、 $f(0) = \square$ であり、 $f(x) = 0$ の解は $x = \square$ である。 xy 平面において、 $y = f(x)$ のグラフ C と $y = mx$ の定める直線 l が共有点をもつような m の値の範囲は \square であり、異なる3点で交わるような m の値の範囲は \square である。また、 C と l がちょうど2個の共有点をもつとき、 C と l で囲まれる部分の面積は \square となる。

12 [2017 関西学院大]

関数 $f(x) = 2|x + 1| - |1 - x|$ について考える。方程式 $f(x) = 0$ の解は $x = \square$ 、 \square である。ただし、 $\square < \square$ とする。 $-2 \leq x \leq 2$ における関数 $f(x)$ の最大値は \square であり、最小値は \square である。また、不等式 $f(x) \geq -\frac{1}{2}x + b$ がすべての実数 x に対して成り立つとき、実数 b のとりうる値の範囲は $b \leq \square$ である。

13 [2017 近畿大]

x を実数とするとき、 $y = (x^2 + 2x)^2 + 8(x^2 + 2x) + 10$ とする。 $t = x^2 + 2x$ とおくと、 $y = (t + \square)^2 - \square$ となる。したがって、 y は $x = \square$ で最小値 \square をとる。

14 [2017 千葉大]

定数 a は $0 \leq a \leq 1$ を満たすとする。座標平面上に4点 $O(0, 0)$ 、 $A(1, 0)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $C(a, 0)$ をとる。点 P は線分 OA 上、点 Q は線分 OB 上にあり、 $PQ \perp OA$ を満たすものとする。点 P が点 O と点 C 以外を動くときの $\triangle PQC$ の面積の最大値を S とする。
(1) $a = 1$ のときの S を求めよ。
(2) S を a を用いて表せ。

15 [2017 立命館大]

k は実数の定数とする。
方程式 $|x^2 + 2x - 3| = k + 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
について、 $k = 1$ のとき、方程式①の解は $x = \square$ である。また、方程式①が異なる3個の負の解をもつとき、 k の値の範囲は \square である。ただし、重解は1個と考える。

次に、方程式①が異なる4個の実数解をもつとき、 k の値の範囲は \square である。このとき、4個の実数解を、小さい順に $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ とするとき、 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = \square$ である。また、 $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4 = 5$ であるとき、 k の値は \square である。

16 [2017 法政大]

1以上3以下の範囲を動く実数 x, y, z に対して、 $w = \frac{y+z+xy}{xy+xz}$ とする。
(1) $y = 2, z = 3$ のとき、 w のとりうる値の範囲を求めよ。
(2) $x = 1$ のとき、 w のとりうる値の範囲を求めよ。
(3) w のとりうる値の範囲を求めよ。

17 [2015 首都大学東京]

座標平面において曲線 $y = k(1 - x^2) - 1$ (k は正の定数) を C_1 とし、曲線 $y = 1 - |x|$ を C_2 とする。
(1) C_1 は k の値によらない定点を通る。この定点の座標をすべて求めよ。
(2) C_1 と C_2 が共有点をもつような正の定数 k の値の範囲を求めよ。
(3) 正の定数 k が(2)で求めた範囲にあるとき、 C_1 と C_2 の共有点の個数を求めよ。