

1 [2017 法政大]

三角形 ABC において，AC＝2，BC＝4，$\cos A=-\dfrac{1}{4}$ とする。

(1) 辺 AB の長さと三角形 ABC の面積を求めよ。

(2) ∠A の二等分線と ∠C の二等分線との交点を D とおく。三角形 ACD の面積を求めよ。

2 [2017 愛知教育大]

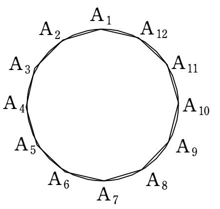
a を実数とする。x の 2 次方程式 $4x^2+2(\sqrt{3}-1)x+a=0$ の 2 つの解が $\sin\theta$，$\cos\theta$ であるとき，θ の値を求めよ。ただし，$0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。

3 [2014 日本医科大]

a を実数とする。x の 2 次方程式 $(a^2+1)x^2-2(a+1)x+a=0$ の 2 つの解が $\sin\theta$，$\cos\theta$ (ただし $0\leqq\theta\leqq\pi$) であるとき，a と θ の値の組 $(a,\ \theta)$ をすべて求めよ。

4 [2017 立教大]

図のような半径 1 の円に内接する正十二角形について，次の問いに答えよ。



図

(1) この正十二角形の 1 辺の長さを a とするとき，a^2 の値を求めよ。

(2) $\triangle A_1A_5A_9$ の面積を求めよ。

(3) この正十二角形の頂点を結んで作ることができる二等辺三角形のうち，正三角形ではないものの個数を求めよ。

(4) (3) で個数を求めた二等辺三角形の面積を考える。その中で，最大の面積を S_1，2 番目に大きい面積を S_2 $(S_1>S_2)$ とするとき，S_1，S_2 の値をそれぞれ求めよ。

5 [2017 金沢大]

△ABC において，∠A は直角で，∠B＜∠C とし，BC＝2 とする。∠B＝θ とおくとき，次の問いに答えよ。

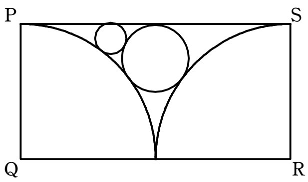
(1) 辺AB，AC の長さ，および △ABC の面積 S を θ を用いて表せ。

(2) △ABC の内接円 O の半径 r を θ を用いて表せ。

(3) 辺 BC の垂直二等分線が，内接円 O と接するとき，θ と r の値を求めよ。

6 [2017 東京理科大]

図の四角形 PQRS は縦の長さが 1，横の長さが 2 の長方形である。図の中の，頂点 Q を中心とする半径 1 の扇形の弧の部分を D_1，頂点 R を中心とする半径 1 の扇形の弧の部分を D_2 とする。図のように弧 D_1，D_2 と辺 PS のすべてに接する円を C_1 とする。更に，弧 D_1 と円 C_1 と辺 PS のすべてに接するような円を C_2 とする。

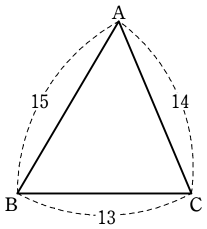


(1) 円 C_1 の半径 r_1 は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。長方形の頂点 Q と円 C_1 の中心を結ぶ線分と，長方形の辺 QR のなす角の大きさを θ_1 とするとき，$\sin\theta_1$ の値は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$，$\cos\theta_1$ の値は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2) 円 C_2 の半径 r_2 は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。長方形の頂点 Q と円 C_2 の中心を結ぶ線分と，長方形の辺 QR のなす角の大きさを θ_2 とするとき，$\sin\theta_2$ の値は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$，$\cos\theta_2$ の値は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

7 [2015 明治大]

3 辺の長さが AB＝15，BC＝13，CA＝14 である三角形 ABC を考える。



(1) $\cos A=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$\sin A=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) 三角形 ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$，内接円の半径は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(3) 三角形 ABC の内接円と辺 BC の接点を D とすると，DC＝$\boxed{\text{ク}}$ である。また，三角形 ABC の外心と辺 BC との距離は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。ゆえに，三角形 ABC の外心と内心との距離は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

8 [2015 同志社大]

△ABC において，AB＝4，BC＝6，AC＝5 とする。2 点 S，T はそれぞれ辺 AB 上と辺 AC 上にあり，△AST と △ABC の面積比が 1 : 2 である。また，線分 AS の長さを x とおく。

(1) ∠BAC＝θ とおく。このとき，$\cos\theta$ を求めよ。

(2) 線分 ST の長さを x を用いて表せ。

(3) 線分 ST の長さの最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

(4) 線分 ST の長さの最大値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

9 [2015 山口大]

△ABC において，辺 BC 上に頂点 B，C とは異なる点 P をとる。AB＝l，AP＝m，∠PAB＝α，∠PAC＝β とし，△ABC の面積を S とするとき，次の問いに答えよ。

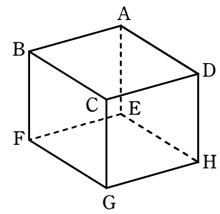
(1) AC を l，m，α，β を用いて表せ。

(2) 不等式 $S\geqq\dfrac{2m^2\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$ が成り立つことを示せ。

(3) △ABC の重心を G とする。$S=\dfrac{2m^2\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$ のとき，$\dfrac{\mathrm{AG}}{\mathrm{PG}}$ の値を求めよ。

10 [2015 千葉大]

右図のような 1 辺の長さが 4 の立方体 ABCD-EFGH がある。辺 AB 上に点 P を BP＝3 となるように取り，辺 BC 上に点 Q を取る。また，B から △PFQ へ垂線 BK を下ろす。BQ の長さを a として，以下の問いに答えよ。



(1) a を用いて △PFQ の面積を表せ。

(2) a を用いて BK の長さを表せ。

(3) BK の長さは $\dfrac{\sqrt{30a}}{5}$ 以下であることを示せ。

11 [2015 南山大]

1 辺の長さが 6 の正四面体 ABCD がある。辺 BD 上に BE＝4 となるように点 E をとると，四面体 ABCE の体積は $\boxed{\text{ア}}$ である。また，辺 AC 上に点 P，辺 AD 上に点 Q をとり，線分 BP，PQ，QE のそれぞれの長さを x，y，z とおく。P と Q を動かして，$x+y+z$ を最小にするとき，$x+y+z$ の値は $\boxed{\text{イ}}$ となる。

12 [2015 岐阜大]

△ABC において，AB＝2，BC＝3，CA＝4 とする。∠A の二等分線が辺 BC と交わる点を P，∠B の二等分線が辺 AC と交わる点を Q とする。また，線分 AP と線分 BQ の交点を O とする。

(1) △ABC の面積を S とする。S の値を求めよ。

(2) 線分 AP の長さを求めよ。

(3) 線分 AO の長さを求めよ。

(4) △ABC を線分 AP で折り曲げて 4 点 A，P，C，B を頂点とする四面体を作る。このようにしてできる四面体の体積の最大値を求めよ。