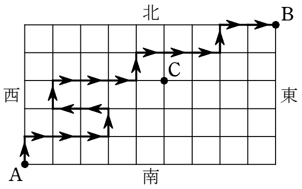
1 [2011 山口大]

右の図のように東西に6本，南北に10本の道がある。東西の道と南北の道の出会う地点を交差点とよび，隣どうしの交差点を結ぶ道を区間ということにする。A地点からB地点に進むとき，次の問いに答えよ。ただし，どの交差点においても，東西および北のいずれかに進むことはできるが，南に進むことはできないとする。



また，後戻りもできないとする。図の中の太線は道順の例を示したものである。

(1) A地点からB地点へ行く道順の総数を求めよ。

(2) C地点を通って，A地点からB地点へ行く道順の総数を求めよ。

(3) A地点からB地点まで16区間で行く道順の総数を求めよ。

2 [2017 岡山理科大]

さいころを n 回投げるとき，i 回目 ($i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n$) に出る目を a_i とする。

(1) $\dfrac{36}{a_1\times a_2}$ が整数となる場合は何通りあるか。

(2) $\dfrac{3}{a_1\times a_2\times a_3}$ が循環小数となる場合は何通りあるか。

(3) $n\geqq 3$ のとき，$\dfrac{3^{n-2}}{a_1\times a_2\times\cdots\cdots\times a_n}$ が循環小数とならない場合は何通りあるか，n を用いて表せ。

3 [2017 早稲田大]

箱の中に1から n までの数字が1つずつ書かれた n 枚のカードがある。この箱の中から1枚のカードを取り出して，数字を確かめてからもとに戻す。

この試行を3回繰り返し，1回目，2回目，3回目に取り出したカードの数字をそれぞれ $X,\ Y,\ Z$ とするとき，次の各問いに答えよ。

(1) $X=Y<Z$ になる場合の数を求めよ。

(2) $X,\ Y,\ Z$ のうち，少なくとも2つが等しい場合の数を求めよ。

(3) $X<Y<Z$ になる場合の数を求めよ。

4 [2017 上智大]

1から7までの番号をつけた7枚のカードを，赤い箱に2枚，青い箱に2枚，白い箱に3枚入れる。このとき，以下の3つの条件 $P,\ Q,\ R$ を考える。

P：赤い箱の中の2枚のカードの番号が連続する整数である。

Q：青い箱の中の2枚のカードの番号が連続する整数である。

R：白い箱の中のどの2枚のカードの番号も連続する整数ではない。

(1) 条件 P を満たすカードの入れ方は $\boxed{}$ 通りである。

(2) 条件 P と条件 Q をともに満たすカードの入れ方は $\boxed{}$ 通りである。

(3) 条件 R を満たすカードの入れ方は $\boxed{}$ 通りである。

(4) 条件 P と条件 R をともに満たすカードの入れ方は $\boxed{}$ 通りである。

(5) 条件 P と条件 Q はどちらも満たさず，かつ条件 R を満たすカードの入れ方は $\boxed{}$ 通りである。

5 [2015 西南学院大]

集合 X_k は次のように定義される。

$$X_k=\left\{\frac{1}{x}\ \middle|\ x\text{は}k\text{桁の自然数で，}x\text{のすべての位に}1\text{を含まない。}\right\}$$

また，$n(X_k)$ は X_k の要素の個数，$s(X_k)$ は X_k のすべての要素の和とする。例えば，$n(X_1)=8,\ s(X_1)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{9}$ である。

(1) $n(X_3)$ を求めよ。

(2) $s(X_1)<4$ を証明せよ。

(3) $s(X_2)<\dfrac{18}{5}$ を証明せよ。

(4) $s(X_1)+s(X_2)+s(X_3)<\dfrac{271}{25}$ を証明せよ。

6 [2014 日本女子大]

A，B，C，D，E，Fの6人の女子とW，X，Y，Zの4人の男子の合計10人を7人と3人の2チームに分ける。ただし，どちらのチームにも少なくとも1人の男子が属するようにする。

(1) このようなチームの分け方は何通りあるか。

(2) AとBが同じチームに属するようなチームの分け方は何通りあるか。

(3) FとWが同じチームに属するようなチームの分け方は何通りあるか。

(4) AとBが異なるチームに属し，かつ，FとWも異なるチームに属するようなチームの分け方は何通りあるか。

7 [2015 岐阜大]

10個の文字，N，A，G，A，R，A，G，A，W，Aを左から右へ横1列に並べる。

(1) この10個の文字の並べ方は全部で何通りあるか。

(2) 「NAGARA」という連続した6文字が現れるような並べ方は全部で何通りあるか。

(3) N，R，Wの3文字が，この順に現れるような並べ方は全部で何通りあるか。ただし，N，R，Wが連続しない場合も含める。

(4) 同じ文字が隣り合わないような並べ方は全部で何通りあるか。

8 [2015 金沢大]

座標平面上で，x 座標と y 座標がともに0以上の整数である点を，ここでは格子点とよぶ。格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(k,\ \ell)$ へ，両端点がともに格子点であり長さが1の線分を用いて，格子点 $(0,\ 0)$ から順に最も少ない本数でつなぐ方法を数える。例えば，格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(3,\ 1)$ へつなぐ方法の数は4である。

(1) 格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(4,\ 0)$ へつなぐ方法の数と，格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(2,\ 2)$ へつなぐ方法の数を，それぞれ求めよ。

(2) 条件 $k+\ell=5$ を満たす格子点 $(k,\ \ell)$ を考える。格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(k,\ \ell)$ へつなぐ方法の数を，この条件を満たすすべての格子点について足し合わせた数を求めよ。

(3) 条件 $k+\ell=n$ $(n\geqq 1)$ を満たす格子点 $(k,\ \ell)$ を考える。格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(k,\ \ell)$ へつなぐ方法の数を，この条件を満たすすべての格子点について足し合わせた数を n を用いて表せ。

(4) 条件 $k+\ell=n$ (k と ℓ はともに偶数で，$n\geqq 2$) を満たす格子点 $(k,\ \ell)$ を考える。格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(k,\ \ell)$ へつなぐ方法の数を，この条件を満たすすべての格子点について足し合わせた数を n を用いて表せ。

9 [2015 立命館大]

赤玉，白玉，青玉，黄玉がそれぞれ2個ずつ，合計8個ある。このとき，次のように並べる方法を求めよ。ただし，同じ色の玉は区別がつかないものとする。

(1) 8個の玉から4個取り出して直線上に並べる方法は $\boxed{}$ 通りである。

(2) 8個の玉から4個取り出して円周上に並べる方法は $\boxed{}$ 通りである。

10 [2004 同志社大]

円に内接する n 角形 F ($n>4$ は整数) の各頂点から引ける対角線の本数はそれぞれ ア $\boxed{}$ 本で，対角線の総数は イ $\boxed{}$ 本である．また，F の頂点3つからできる三角形の総数は ウ $\boxed{}$ 個であり，F の頂点4つからできる四角形の総数は エ $\boxed{}$ 個である．

以下では，対角線のうちのどの3本をとっても F の頂点以外の同一点で交わらないものとする．

F 内部で交わる2本の対角線の組合せをすべて考えると，交点の総数は オ $\boxed{}$ 個である．次に，すべての対角線を上記のすべての交点で線分に分割する (したがって，各線分上には，両端を除くと上記の交点は存在しない)． これらの線分のうち，F の頂点を端点の1つとするものは カ $\boxed{}$ 本で，F の頂点を端点とせず，F の内部にあるものは キ $\boxed{}$ 本である．

11 [2014 岡山大]

n を3以上の整数とし，$a,\ b,\ c$ は1以上 n 以下の整数とする。

(1) $a<b<c$ となる $a,\ b,\ c$ の組は何通りあるか。

(2) $a\leqq b\leqq c$ となる $a,\ b,\ c$ の組は何通りあるか。

(3) $a<b$ かつ $a\leqq c$ となる $a,\ b,\ c$ の組は何通りあるか。

$\boxed{12}$［2011 中央大］

(1) 整数 x_1，……，x_4 に対して，

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=14 \\ x_k \geqq 2 \ (k=1,\ \cdots\cdots,\ 4) \end{cases}$$

となる組 $(x_1,\ \cdots\cdots,\ x_4)$ の総数を求めよ。

(2) 整数 y_1，……，y_5 に対して，

$$\begin{cases} y_1+y_2+y_3+y_4+y_5=7 \\ y_k \geqq 0 \ (k=1,\ \cdots\cdots,\ 5) \end{cases}$$

となる組 $(y_1,\ \cdots\cdots,\ y_5)$ の総数を求めよ。

$\boxed{13}$［2012 千葉大］

p，q を互いに素な 2 以上の整数，m，n は $m<n$ なる正の整数とする。このとき，分母が p^2q^2 で，分子が p でも q でも割り切れない分数のうち，m よりも大きく n よりも小さいものの総数を求めよ。

$\boxed{14}$［2011 山口大］

1 から 6 までの数字が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードがある。6 枚のカードの中から 3 枚を取り出し，左から 1 列に並べる。並べたカードの数字を左から順に百の位，十の位，一の位とする 3 桁の整数を M とし，また右から順に百の位，十の位，一の位とする 3 桁の整数を N とする。

(1) $M+N$ が 3 の倍数となるカードの並べ方の総数を求めよ。

(2) $|M-N|<200$ を満たすカードの並べ方の総数を求めよ。

$\boxed{15}$［2010 宮城教育大］

自然数 N は 30 の倍数である。

$U=\{x \mid x$ は 1 以上 N 以下の奇数$\}$，

$A=\{x \mid x \in U,\ x$ は 3 の倍数$\}$，　$B=\{x \mid x \in U,\ x$ は 5 の倍数$\}$

とし，集合 U，A，B，$A \cap B$ の要素の個数をそれぞれ u_N，a_N，b_N，c_N と表す。

(1) u_N，a_N，b_N，c_N を N を用いて表せ。

(2) N 以下の素数の個数を P_N とするとき，不等式 $P_N \leqq u_N-a_N-b_N+c_N+2$ を示せ。

(3) (2) の P_N について，$\dfrac{P_N}{N} \leqq \dfrac{1}{3}$ を示せ。

$\boxed{16}$［2005 島根大］

x についての 3 次方程式 $x^3+ax^2+bx+c=0$ が実数解 α，β，γ をもつとき，次の問いに答えよ。ただし，a，b，c はすべて実数で $c \neq 0$ とする。

(1) y についての 3 次方程式 $cy^3+10by^2+100ay+1000=0$ の解は $\dfrac{10}{\alpha}$，$\dfrac{10}{\beta}$，$\dfrac{10}{\gamma}$ であることを示せ。

(2) 上の x についての 3 次方程式の解と y についての 3 次方程式の解がすべて整数となるような $(a,\ b,\ c)$ の組は全部で何通りあるか。