

1 [2017 近畿大]

$\sqrt{m+1}=2017$ を満たす自然数 m の最大の素因数は ア $\boxed{}$ であり，m の正の約数の個数は イ $\boxed{}$ 個である。

2 [2017 西南学院大]

500! を計算すると，末尾に連続した 0 が $\boxed{}$ 個並ぶ。

3 [2017 法政大]

n を正の整数として，$x=\dfrac{n^3}{480}$ とする。x が整数となる最小の n は ア $\boxed{}$ であり，$\sqrt{x}$ が整数となる最小の n は イ $\boxed{}$ である。

4 [2017 福岡大]

m，n は 7 で割ったときの余りがそれぞれ 2，5 となる整数である。このとき，整数 mn^2 を 7 で割ったときの余りは $\boxed{}$ である。

5 [2017 千葉大]

a，b を正の整数とするとき，次を証明せよ。

(1) a^3-a は 3 の倍数である。

(2) $a-b$ が 3 の倍数ならば，a^3-b^3 は 9 の倍数である。

(3) a^3-b^3 は，3 の倍数ならば 9 の倍数である。

6 [2017 立教大]

正の整数 x で 109 を割ると 13 余り，81 を割ると 9 余る。このとき，x の値は $\boxed{}$ である。

7 [2017 横浜市立大]

$\dfrac{148953}{298767}$ を約分して，既約分数にせよ。

8 [2017 山口大]

a，b，c，d を 0 以上 9 以下の整数とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 次の条件 p，q が互いに同値であることを示せ。

$p : 1000a+100b+10c+d$ は 17 の倍数である。

$q : 3a+2b+7c-d$ は 17 の倍数である。

(2) $1000a+100b+24$ が 17 の倍数となるような組 $(a,\ b)$ をすべて求めよ。

9 [2017 岡山大]

自然数 a を 7 で割った余りを $R(a)$ と書くことにする。

(1) すべての自然数 n に対して $R(2^{n+3})=R(2^n)$ となることを示せ。

(2) $R(2^{2017})$ を求めよ。

(3) 自然数 m が $R(2^{2017}m+2^{29})=5$ を満たすとき，$R(m)$ の値を求めよ。

10 [2015 広島修道大]

n を自然数とするとき，$2n-1$ と $2n+1$ は互いに素であることを示せ。

11 [2015 九州大]

(1) n が正の偶数のとき，2^n-1 は 3 の倍数であることを示せ。

(2) p を素数とし，k を 0 以上の整数とする。$2^{p-1}-1=p^k$ を満たす p，k の組をすべて求めよ。

12 [2015 関西大]

a，b を実数とし，整式 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ を考える。

(1) a，b を $f(1)$，$f(-1)$ を用いて表せ。

(2) $f(1)$ と $f(-1)$ がともに整数であれば，すべての整数 n に対して，$f(n)$ も整数となることを証明せよ。

13 [2015 広島修道大]

p が素数であるとき，$\sqrt{p}$ は無理数であることを示せ。

14 [2014 千葉大]

p は奇数である素数とし，$N=(p+1)(p+3)(p+5)$ とおく。

(1) N は 48 の倍数であることを示せ。

(2) N が 144 の倍数になるような p の値を，小さい順に 5 つ求めよ。

15 [2017 法政大]

x，y を正の整数とする。方程式 $3x+2y=100$ について，次の問いに答えよ。

(1) 与式を満たす x，y の組 $(x,\ y)$ のうち，x が最小であるものを求めよ。

(2) 与式を満たす x および y を，正の整数 k を用いて表せ。

(3) 与式を満たす x，y の組 $(x,\ y)$ は，全部で何組あるか。

16 [2017 北海道大]

自然数の 2 乗となる数を平方数という。

(1) 自然数 a，n，k に対して，$n(n+1)+a=(n+k)^2$ が成り立つとき，$a \geqq k^2+2k-1$ が成り立つことを示せ。

(2) $n(n+1)+7$ が平方数となるような自然数 n をすべて求めよ。

17 [2017 福岡大]

等式 $xy+2x-3y-8=0$ を満たす整数の組 $(x,\ y)$ のうち，$x+y=4$ となる $(x,\ y)$ をすべて求めると，$(x,\ y)=$ ア $\boxed{}$ である。

また，等式 $3x+4y=26$ を満たす自然数の組 $(x,\ y)$ のうち，積 xy が最大になるのは，$(x,\ y)=$ イ $\boxed{}$ のときである。

18 [2017 岡山理科大]

実数 x，y が等式 $3x^2-2xy+2y^2-2x+y-1=0$ を満たすとき，次の問いに答えよ。

(1) $y=0$ のとき，x の値を求めよ。

(2) y のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) この等式を満たす x，y で，ともに整数となるものをすべて求めよ。

19 [2017 近畿大]

等式 $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2y}=\dfrac{1}{4}$ を満たす 0 でない整数 x，y の組 $(x,\ y)$ を考える。そのような組は全部で ア $\boxed{}$ 個ある。このうち，x，y がともに自然数である組は 2 個あり，x の値が小さい順に (イ $\boxed{}$, ウ $\boxed{}$)，(エ $\boxed{}$, オ $\boxed{}$) である。

20 [2017 早稲田大]

m を定数とする 2 次方程式 $x^2+mx+m+2=0$ が 2 つの実数解 α，β (重解を含む) をもつ。

(1) $\alpha^2+\beta^2$ を最小とする m の値を求めよ。

(2) $\alpha=2\beta$ となる m の値を求めよ。

(3) α，β がともに整数となる m の値を求めよ。

21 [2017 横浜国立大]

a を正の整数とし，b を整数とする。x についての方程式 $a^2x^3+abx^2-b^2x-5=0$ は異なる 3 つの実数解をもち，1 つの解が整数で，残り 2 つの解の積が整数である。a，b の組をすべて求めよ。

22 [2015 広島修道大]

(1) 8633 と 6052 の最大公約数を求めよ。

(2) 方程式 $8633x+6052y=1068$ の整数解をすべて求めよ。

23 [2014 京都女子大]

$\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{y}=1$ を満たす整数 x，y の組 $(x,\ y)$ を求めよ。

24 [2014 学習院大]

等式 $n^2+(1+ai)n+b+2i=0$ を満たす整数 a，b，n の組をすべて求めよ。ただし，i は虚数単位を表す。

25 [2014 東京女子大]

$abcd=a+b+c+d$ を満たす正の整数 a，b，c，d の組をすべて求めよ。

26 [2017 福岡大]

7 進法で表された循環小数 $0.\dot{3}\dot{5}_{(7)}$ を 5 進法の小数に直すと $\boxed{}$ である。

27 [2017 徳島大]

n を 4 以上の整数とする。

(1) $(n+1)(3n^{-1}+2)(n^2-n+1)$ と表される数を n 進法の小数で表せ。

(2) 3 進数 $21201_{(3)}$ を n 進法で表すと $320_{(n)}$ となるような n の値を求めよ。

(3) 正の整数 N を 3 倍して 7 進法で表すと 3 桁の数 $abc_{(7)}$ となり，N を 4 倍して 8 進法で表すと 3 桁の数 $acb_{(8)}$ となる。各位の数字 a，b，c を求めよ。また，N を 10 進法で表せ。