

1

AB＝6，BC＝7，CA＝5 の △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D，∠B の 二等分線と線分 AD の交点を E とするとき，AE : ED を最も簡単な整数の比で表せ。

2

AB＝2，BC＝x，AC＝$4-x$ であるような △ABC がある。

(1) x の値の範囲を求めよ。

(2) △ABC が鋭角三角形であるような x の値の範囲を求めよ。

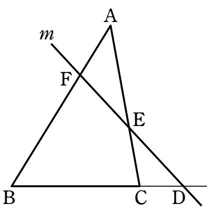
3 [2001 千葉工業大]

半径 6 の円 C と直線 l は 2 点で交わり，2 交点の距離は 6 である．C と l で囲まれる 2 つの部分のうち小さい方の面積を求めよ．

4 [2000 北海道薬科大]

右図で，直線 m が三角形 ABC の辺 BC，CA，AB，またはその延長と交わる点を，それぞれ D，E，F とするとき，$\dfrac{AF}{FB}\cdot\dfrac{BD}{DC}\cdot\dfrac{CE}{EA}$ の値を求めよ．

AF＝2，FB＝4，BC＝4，CE＝2，EA＝3 のとき，DC の長さを求めよ．



5 [2017 立教大]

三角形 ABC において，辺 AB を 1 : 2 に内分する点を D，辺 BC を 1 : 2 に内分する点を E とする。線分 AE と線分 CD の交点を F とするとき，$\dfrac{CF}{DF}$ の値は □ である。

6 [2017 藤田保健衛生大]

点 X と三角形 ABC の 3 頂点 A，B，C とを結んだ直線が，3 辺 BC，CA，AB またはその延長と，それぞれ，P，Q，R で交わっている。

CQ : QA＝18 : 19，AR : RB＝17 : 6 のとき，BP : PC＝ア □ : イ □ である。

7 [2000 東北福祉大]

△ABC の辺 AB を 3 : 2 に内分する点を D，辺 AC を 4 : 3 に内分する点を E とし，BE と CD の交点を O とする．AO と BC の交点を F とするとき，BF : FC を求めよ．

8 [2013 大同大]

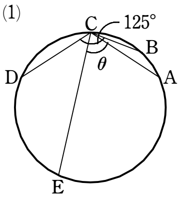
∠A＝86°，∠B＝76° である △ABC の内心を I，外心を O とする。

△ABC の外接円と直線 AI，AO の交点で，A と異なる点をそれぞれ D，E とするとき，∠ADE，∠AEB，∠BED，∠DAE を求めよ。

9

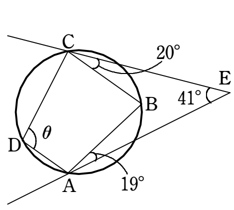
下の図において，角 θ を求めよ。

(1)

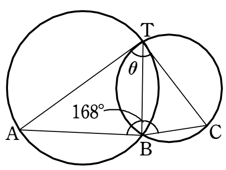


$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD} : \overset{\frown}{DE}$
＝1 : 2 : 3 : 4

(2)



(3)



AT，CT は接線

10

二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線が底辺 BC と点 D で，△ABC の外接円と点 E で交わるとき，AB は △BDE の外接円に接することを証明せよ。

11 [1997 滋賀大]

半径 5 cm の円 O がある．円 O 外の点 P を通る直線がこの円と 2 点 A, B で交わり，P に近い方の点を A とする．OP＝10 cm, AB＝6 cm のとき，PA の長さを求めよ．

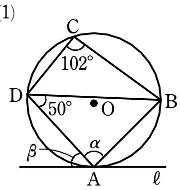
12 [2013 愛知工業大]

長さ 10 の線分 AB を直径とする円の中心を O とする。A，B と異なるこの円周上の 2 点を C，D とし，線分 CD と線分 AB は円の内部の点 P で交わるものとする。PC＝2，PD＝4 のとき，線分 OP の長さを求めよ。

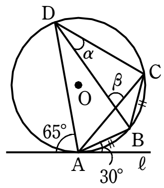
13

下の図で，直線 ℓ は円 O の接線で，A は接点である。α，β を求めよ。

(1)



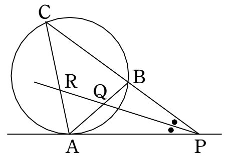
(2)



$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

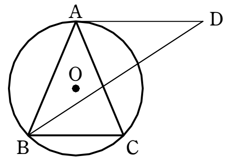
14

右の図のように，△ABC とその外接円があり，A を通る円の接線と辺 CB を延長した直線の交点を P とする。さらに，∠APB の二等分線が辺 AB，AC と交わる点をそれぞれ Q，R とするとき，AQ＝AR であることを証明せよ。



15

AB＝AC の二等辺三角形 ABC とその外接円 O がある。右の図のように，∠B の二等分線と点 A における円 O の接線との交点を D とするとき，AB＝AD であることを証明せよ。

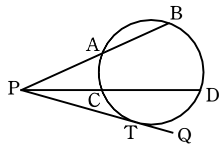


16 [2013 鹿児島大]

平面上で 2 つの円を考える。共通接線がちょうど 3 本引けるような 2 つの円の位置関係の例を図示せよ。また，3 本の共通接線もかけ。

17 [2004 同志社女子大]

図のように，点 P を通る 2 つの直線が円と点 A，B，C，D で交わっていて，直線 PQ は円と点 T で接している．∠BPD＝24°，∠ADP＝20°，∠CTD＝100° であるとき，次の各問いに答えよ．



(1) 弧 CTD は円周の長さの何倍であるか．

(2) ∠BCD の大きさを求めよ．

(3) ∠PAC の大きさを求めよ．

(4) PT＝5，CD＝6 のとき，線分 PC の長さを求めよ．

18 [2004 上智大]

1 辺の長さが 1 の正四面体の高さは ア □ で，体積は イ □ である．この正四面体に内接する球の半径は ウ □ であり，外接する球の半径は エ □ である．

19 [2004 北海道大]

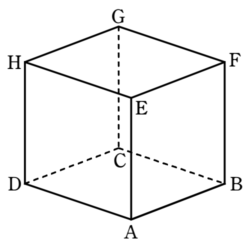
1 辺の長さが 1 の立方体 ABCD－EFGH がある．

3 点 A，C，F を含む平面と直線 BH の交点を P，P から面 ABCD に下ろした垂線の足を Q とする．

(1) 長方形 DBFH をかき，△ACF との交線と点 P を図示せよ．更に，線分 BP，PQ の長さを求めよ．

(2) 四面体 ABCF に内接する球の中心を O とする．点 O は線分 BP 上にあることを示せ．

(3) 四面体 ABCF に内接する球の半径を求めよ．



$\boxed{20}$［2000 神戸国際大］

底面の半径が 6 cm，高さ $6\sqrt{3}$ cm の直円錐を底面に平行な平面で切って作った円錐台がある．切り口の半径が 3 cm であるとき，この円錐台の側面の面積は円周率を π として $\boxed{}$ cm^2 である．

$\boxed{21}$［2017 センター］

△ABC において，AB=3，BC=8，AC=7 とする。

(1)　辺 AC 上に点 D を AD=3 となるようにとり，△ABD の外接円と直線 BC の交点で B と異なるものを E とする。このとき，BC･CE=$\boxed{\text{アイ}}$ であるから，

CE=$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

直線 AB と直線 DE の交点を F とするとき，$\dfrac{\text{BF}}{\text{AF}}=\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であるから，

AF=$\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(2)　∠ABC=$\boxed{\text{サシ}}^\circ$ である。△ABC の内接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であり，

△ABC の内心を I とすると BI=$\dfrac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

$\boxed{22}$［2017 センター］

二等辺三角形 ABC において，AB=AC=2，BC=3 とする。

直線 AC 上に，C とは異なる点 D を ∠ABC=∠ABD を満たすようにとると，

$\dfrac{\text{AD}}{\text{BD}}=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。△ABD と △BCD において，∠ABD=∠BCD で ∠D は共通であるから，$\dfrac{\text{BD}}{\text{CD}}=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。$\dfrac{\text{AD}}{\text{CD}}=\dfrac{\text{AD}}{\text{BD}}\cdot\dfrac{\text{BD}}{\text{CD}}$ に着目すると，CD=$\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

△BCD の外接円を O とし，点 B における円 O の接線と直線 AC との交点を E とすると，点 E は辺 AC の A の側の延長上にある。このとき ∠DBE=$\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$∠ABE であるから，

$\dfrac{\text{DE}}{\text{BE}}=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

また，線分 BE は線分 $\boxed{\text{シ}}$ と同じ長さである。$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪　AB　　①　AD　　②　AE　　③　BC　　④　CD

したがって，DE=$\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

辺 BC の中点を M とし，線分 EM と線分 BD の交点を F とすると $\dfrac{\text{FM}}{\text{EF}}=\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

$\boxed{23}$［2015 センター］

△ABC において，AB=AC=5，BC=$\sqrt{5}$ とする。辺 AC 上に点 D を AD=3 となるようにとり，辺 BC の B の側の延長と △ABD の外接円との交点で B と異なるものを E とする。

CE･CB=$\boxed{\text{アイ}}$ であるから，BE=$\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

△ACE の重心を G とすると，AG=$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

AB と DE の交点を P とすると $\dfrac{\text{DP}}{\text{EP}}=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ …… ① である。

△ABC と △EDC において，点 A，B，D，E は同一円周上にあるので

∠CAB=∠CED で，∠C は共通であるから DE=$\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ …… ② である。

①，② から，EP=$\dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

$\boxed{24}$［2015 センター］

長さ 6 の線分 BC を 1 : 5 に内分する点 D をとり，D を通り BC に直交する直線上に点 A を AD=$2\sqrt{6}$ となるようにとる。

このとき，AB=$\boxed{\text{ア}}$，AC=$\boxed{\text{イ}}$ であるから，△ABC の内接円の半径は

$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

内接円が辺 BC，AC に接する点を E，F とすると，CE=CF=$\boxed{\text{カ}}$ であるから，内心 O と頂点 C との距離は CO=$\dfrac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

△CEF の内心と △ABC の内心の間の距離は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

$\boxed{25}$［2009 センター］

△ABC において，AB=AC=10，cos∠BAC=$\dfrac{4}{5}$ とする。辺 AB の中点を D とする。

(1)　C から AB に垂線をひき，垂線と AB との交点を H とする。このとき，

AH=$\boxed{\text{ア}}$，CH=$\boxed{\text{イ}}$ であり，BC=$\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}$，CD=$\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$

である。また，∠BCD=$\boxed{\text{クケ}}^\circ$ である。

(2)　△ABC の外接円の中心を O とする。円 O の半径は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

CD の延長と円 O との交点のうち C と異なる方を E とする。△ADE と相似な三角形は，次の ⓪～③ のうち $\boxed{\text{セ}}$ である。

⓪　△ABC　　①　△CDB　　②　△CAE　　③　△ACH

したがって，AE=$\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。また，△ADE の面積は $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(3)　辺 BC の中点を F とし，AF と CD の交点を G とする。このとき，GF=$\sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}$

である。また，OG=$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。