

1 [2015 大阪経済大]

$\sqrt{630n}$  が自然数となるような最小の自然数  $n$  は  である。

2 [2014 愛知工業大]

自然数  $m, n$  が  $\frac{12^m}{2187} = \frac{256}{18^n}$  を満たすとき、 $m =$  、 $n =$   である。

3 [2004 倉敷芸術科学大]

連続する 4 つの正の整数の和を 4 で割ったときの余りを求めよ。

4 [2004 倉敷芸術科学大]

$n+2$  が 3 の倍数であるとき、 $7n+4$  を 3 で割ったときの余りはいくらか。

5 [2014 大阪経済大]

2 つの分数  $\frac{104}{21}, \frac{182}{15}$  のいずれに掛けても積が自然数となるような分数のうち、最小のものは  $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$  である。

6 [2015 甲南大]

連続した 3 つの整数の積は 6 の倍数であることを証明せよ。

7 [2017 龍谷大]

ユークリッドの互除法を用いて、8177 と 3315 の最大公約数を求めよ。

8 [2015 金沢工業大]

方程式  $5x+7y=1$  …… ① の整数解  $x, y$  を求める。

$5 \cdot 3 + 7 \cdot (\text{ア}) = 1$  …… ② が成り立ち、①、② から  $5(x-3) + 7(y + \text{イ}) = 0$

が成り立つ。よって、 $x-3 = \text{ウ}$  ( $n$  は整数) とおけるから、① のすべての整数解は  $x = \text{エ}$   $n + 3$ 、 $y = \text{オ}$   $n - \text{カ}$  ( $n$  は整数) と表せる。

9 [2017 愛媛大]

1 次不定方程式  $275x+61y=1$  のすべての整数解を求めよ。

10 [2015 広島修道大]

方程式  $13x+5y=-4$  の整数解をすべて求めよ。

11 [2015 法政大]

整数  $x, y$  が  $xy-2x-3y=0$  …… ① を満たすとする。このとき、

$(x - \text{ア})(y - \text{イ}) = \text{ウ}$  が成り立つから、① を満たす  $x, y$  の組  $(x, y)$  の個数は  $\text{エ}$  である。

12 [2015 信州大]

等式  $ab-2a-4b+2=0$  を満たす整数  $a, b$  の組をすべて求めよ。

13 [2002 東海大]

$5x^2+2xy+y^2-4x+4y+7=0$  を満たす整数の組  $(x, y)$  を求めよ。

14 [2001 早稲田大]

2 つの自然数  $n, k$  の間に関係  $n^2 = k^2 + 25$  があるとき、 $n$  の値を求めよ。

15 [2014 駒澤大]

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$  を満たす正の整数の組  $(x, y)$  のうち、 $x$  が最大となるときの  $y$  の値は  である。

16 [2000 東北工業大]

等式  $p^2 - 2pq + 5q^2 - 20p - 20q + 200 = 0$  を満たす実数  $p, q$  の値を求めよ。

17 [2017 東京都市大]

2 進数  $1101000_{(2)}$  を 10 進法で表すと  $\text{ア}$  となる。また、10 進数 2017 を 8 進法で表すと  $\text{イ}$  となる。

18 [2017 大阪経済大]

$32.123_{(4)}$  を 10 進法の分数で表すと、 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$  となる。

19 [2017 センター]

(1) 百の位の数  $a$  が 3、十の位の数  $b$  が 7、一の位の数  $c$  が  $a$  である 3 桁の自然数を  $37a$  と表記する。

$37a$  が 4 で割り切れるのは  $a =$  、 のときである。ただし、、 の解答の順序は問わない。

(2) 千の位の数  $7$ 、百の位の数  $b$ 、十の位の数  $5$ 、一の位の数  $c$  である 4 桁の自然数を  $7b5c$  と表記する。

$7b5c$  が 4 でも 9 でも割り切れる  $b, c$  の組は、全部で  個ある。これらのうち、 $7b5c$  の値が最小になるのは  $b =$  、 $c =$   のときで、 $7b5c$  の値が最大になるのは  $b =$  、 $c =$   のときである。

また、 $7b5c = (6 \times n)^2$  となる  $b, c$  と自然数  $n$  は  $b =$  、 $c =$  、 $n =$   である。

(3) 1188 の正の約数は全部で  個ある。

これらのうち、2 の倍数は  個、4 の倍数は  個ある。

1188 のすべての正の約数の積を 2 進法で表すと、末尾には 0 が連続して  個並ぶ。

20 [2017 センター]

(1) 不定方程式  $21x+13=16y+12=96z+28$  の整数解  $x, y, z$  を求めるためには、2 つの不定方程式

$$21x+13=16y+12 \quad \dots\dots \text{①}$$

$$16y+12=96z+28 \quad \dots\dots \text{②}$$

の共通の整数解を求めればよい。

まず、① の整数解  $x, y$  のうち、 $|x|$  が最小になるのは  $x =$  、 $y =$   であり、

① のすべての解は  $s$  を整数として  $x =$    $+ \text{ウエ}$   $s$ 、 $y =$    $+ \text{オカ}$   $s$  と表される。

次にこれらのうち、② を満たすものを求める。

② に  $y =$    $+ \text{オカ}$   $s$  を代入すると

$$\text{キ} z - \text{ク} s = 1 \quad \dots\dots \text{③}$$

となる。③ の整数解  $z, s$  のうち、 $|z|$  が最小になるのは  $z =$  、 $s =$   であり、

③ のすべての解は  $t$  を整数として  $z =$    $+ \text{ス}$   $t$ 、 $s =$    $+ \text{セ}$   $t$  と表される。

よって、①、② の共通解は

$$x = \text{ソタチ} + \text{ツテ} t$$

$$y = \text{トナニ} + \text{ヌネ} t$$

$$z = \text{ケコ} + \text{ス} t$$

である。

(2) 自然数  $n$  は、21 で割ると 13 余り、16 で割ると 12 余り、96 で割ると 28 余るとする。このとき、 $x, y, z$  をそれぞれの商とすると

$$n = 21x + 13 = 16y + 12 = 96z + 28$$

を満たす。このような  $n$  のうち、最小のものは  である。

21 [2015 センター]

以下では、 $a=756$  とし、 $m$  は自然数とする。

(1)  $a$  を素因数分解すると  $a=2^{\square} \cdot 3^{\square} \cdot \square$  である。

$a$  の正の約数の個数は  $\square$  個である。

(2)  $\sqrt{am}$  が自然数となる最小の自然数  $m$  は  $\square$  である。 $\sqrt{am}$  が自然数となるとき、 $m$  はある自然数  $k$  により、 $m=\square k^2$  と表される数であり、そのときの  $\sqrt{am}$  の値は  $\square k$  である。

(3) 次に、自然数  $k$  により  $\square k$  と表される数で、11 で割った余りが 1 となる最小の  $k$  を求める。1 次不定方程式  $\square k - 11l = 1$  を解くと、 $k > 0$  となる整数解  $(k, l)$  のうち  $k$  が最小のものは、 $k=\square$ 、 $l=\square$  である。

(4)  $\sqrt{am}$  が 11 で割ると 1 余る自然数となるとき、そのような自然数  $m$  のなかで最小のものは  $\square$  である。