１．［2010 早稲田大］

底面が正六角形 ABCDEF で頂点が O の正六角錐 O－ABCDEF がある。底面の辺の長さを a，OA＝OB＝OC＝OD＝OE＝OF＝$2a$ とする。
2 つの面 △OAB と △OBC のなす角を θ とするとき，$\cos\theta$ を求めよ。

２．［2017 京都大］

△ABC は鋭角三角形であり，$\angle A=\dfrac{\pi}{3}$ であるとする。また △ABC の外接円の半径は 1 であるとする。

(1)　△ABC の内心を P とするとき，∠BPC を求めよ。
(2)　△ABC の内接円の半径 r のとりうる値の範囲を求めよ。

３．［2017 北海道大］

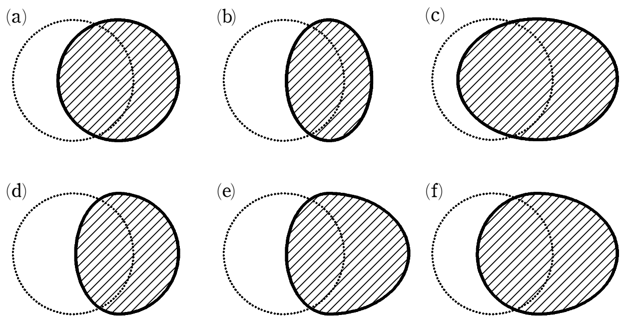
3 辺の長さが 5，6，7 の三角形を T とする。

(1)　T の面積を求めよ。
(2)　T を底面とする高さ 4 の直三角柱の内部に含まれる球の半径の最大値を求めよ。ただし，直三角柱とは，すべての側面が底面と垂直であるような三角柱である。

４．［2017 広島大］

ある晴れた日，長さ 120 cm の棒を地面に対して垂直に立てたところ，地面にできた棒の影の長さは 90 cm であった。太陽光線はすべて平行であると仮定して，次の問いに答えよ。ただし，地面は水平であり，棒の太さおよび太陽の動きは考えないものとする。

(1)　この時刻における，太陽光線と地面がなす角度 θ を求めよ。ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ とする。単位は度 (°) を用い，小数点以下を切り捨てて整数で答えよ。必要ならば三角関数表を用いてもよい。
(2)　長さ 120 cm の棒の一方の先端を地面の定点 A に固定し，常に棒が地面と 60° の角度をなすようにして，可能な限り棒を動かした。このとき，地面にできた棒の影の先端が描く軌跡はどのような図形であるか。たとえば，「A から 60 cm 離れた点を中心とする，半径 $30\sqrt{2}$ cm の円」のように，言葉を用いて答えよ。
(3)　地面の上に直径 60 cm の球を置いた。このとき，地面にできた球の影はどのような形であるか。次の (a)～(f) のうちから，最も適切なものを一つ選べ。ただし，点線は真上から見た球の位置を表している。



(4)　(3) のとき，地面にできた球の影の面積を求めよ。ただし，円周率は π を用いよ。

５．［2012 一橋大］

1 つの角が 120° の三角形がある。この三角形の 3 辺の長さ x，y，z は $x<y<z$ を満たす整数である。

(1)　$x+y-z=2$ を満たす x，y，z の組をすべて求めよ。
(2)　$x+y-z=3$ を満たす x，y，z の組をすべて求めよ。
(3)　a，b を 0 以上の整数とする。$x+y-z=2^a3^b$ を満たす x，y，z の組の個数を a と b の式で表せ。

６．［2005 旭川医科大］

三角形 ABC の各辺 AB，BC，CA 上に点 P，Q，R を

$$\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AB}}+\frac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{BC}}+\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{CA}}=t \quad (0<t<3)$$

を満たすようにとる。また，三角形 ABC の面積を S とする。

(1)　$\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AB}}=x$，$\dfrac{\mathrm{CR}}{\mathrm{CA}}=z$ とおくとき，三角形 APR の面積は，$x(1-z)S$ で表されることを示せ。
(2)　三角形 PQR の面積の最大値を $M(t)$ とする。$M(t)$ を求めよ。
(3)　$M(t)$ の最小値を求めよ。また，そのときの点 P，Q，R は各辺 AB，BC，CA 上のどのような点であるか。

７．［2008 慶応義塾大］

3 辺の長さが相異なる自然数である三角形について考える。この三角形の 3 辺の長さを a，b，c ($a<b<c$) とし，三角形の周の長さを l とする。また，三角形の面積を S とする。

(1)　この三角形の最も大きい角の大きさを θ とするとき，$\cos\theta$ の値を a，b，c を用いて表せ。
(2)　上の (1) を利用して，次の関係式が成り立つことを示せ。

$$16S^2=l(l-2a)(l-2b)(l-2c)$$

(3)　S が自然数であるとき，l は偶数であることを示せ。
(4)　$S=6$ となる組 (a，b，c) を求めよ。
(5)　S の値が互いに異なる 2 つの素数の積になるのは，$S=6$ の場合に限ることを示せ。