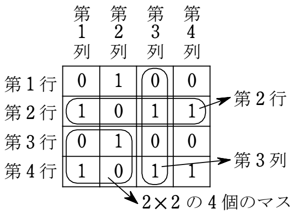


1 [2015 大阪大]

n を2以上の整数とする。正方形の形に並んだ $n\times n$ のマスに0または1のいずれかの数字を入れる。マスは上から第1行，第2行，……，左から第1列，第2列，……，と数える。数字の入れ方についての次の条件 p を考える。

条件 p：1から $n-1$ までのどの整数 i，j についても，第 i 行，第 $i+1$ 行と第 j 列，第 $j+1$ 列とが作る 2×2 の4個のマスには0と1が2つずつ入る。



($n=4$ の場合の入れ方の例)

(1) 条件 p を満たすとき，第 n 行と第 n 列の少なくとも一方には0と1が交互に現れることを示せ。

(2) 条件 p を満たすような数字の入れ方の総数 a_n を求めよ。

2 [2017 東北大]

n，k を $3\leqq k<n$ を満たす整数とする。赤玉が k 個，青玉が $(n-k)$ 個入った袋から3個の玉を無作為に取り出したとき，取り出した玉のうち2個が赤玉，1個が青玉となる確率を $p(n,\ k)$ とする。

(1) $p(n,\ k)$ を求めよ。

(2) n が3の倍数で6以上とする。n を固定して k を $3\leqq k<n$ の範囲で動かすとき，$p(n,\ k)$ の最大値とそのときの k を求めよ。

3 [2015 滋賀医科大]

(1) さいころを2回投げて，出た目を順に a，b とおく。関数 $f(x)=ax$ について $f(b)=6$ となる確率を求めよ。

(2) さいころを4回投げて，出た目を順に a，b，c，d とおく。関数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx$ について $f(d)$ が素数となる確率を求めよ。

(3) さいころを6回投げて，出た目を順に a，b，c，d，e，f とおく。2つの放物線 $y=ax^2+bx+c$，$y=dx^2+ex+f$ がただ1つの共有点をもつ確率を求めよ。

4 [2009 和歌山県立医科大]

正方形の頂点を順に A，B，C，D とし，この順を正の向きとし，逆を負の向きとする。動点 P は常に頂点にあり，1秒ごとに次の頂点に移っていく。このとき，正の向きに次の頂点に移る確率は $\dfrac{2}{3}$ で，逆の負の向きに次の頂点に移る確率は $\dfrac{1}{3}$ とする。また，動点 P は最初頂点 A にあるものとする。

(1) 2秒後に動点 P が頂点 A，C にある確率をそれぞれ求めよ。

(2) 3秒後に動点 P が頂点 B，D にある確率をそれぞれ求めよ。

(3) 4以上の自然数 n に対して，n 秒後に動点 P が各頂点にある確率をそれぞれ求めよ。

5 [2009 九州大]

k は2以上の自然数とする。「1」と書かれたカードが1枚，「2」と書かれたカードが2枚，……，「k」と書かれたカードが k 枚ある。そのうちの偶数が書かれたカードの枚数を M，奇数が書かれたカードの枚数を N で表す。この $(M+N)$ 枚のカードをよくきって1枚を取り出し，そこに書かれた数を記録してもとに戻すという操作を n 回繰り返す。記録された n 個の数の和が偶数となる確率を p_n とする。

(1) p_1 と p_2 を M，N で表せ。

(2) p_{n+1} を p_n，M，N で表せ。

(3) $\dfrac{M-N}{M+N}$ を k で表せ。

(4) p_n を n と k で表せ。

6 [2008 東北大]

点 P が次のルール (A)，(B) に従って数直線上を移動するものとする。

(A) 1，2，3，4，5，6の目が同じ割合で出るさいころを振り，出た目の数を k とする。P の座標 a について，$a>0$ ならば座標 $a-k$ の点へ移動し，$a<0$ ならば座標 $a+k$ の点へ移動する。

(B) 原点に移動したら終了し，そうでなければ (A) を繰り返す。

(1) P の座標が1，2，……，6のいずれかであるとき，ちょうど3回さいころを振って原点で終了する確率を求めよ。

(2) P の座標が1，2，……，6のいずれかであるとき，ちょうど m 回さいころを振って原点で終了する確率を求めよ。

(3) P の座標が8であるとき，ちょうど n 回さいころを振って原点で終了する確率を求めよ。

7 [2007 名古屋大]

袋の中に赤と黄と青の玉が1個ずつ入っている。「この袋から玉を1個取り出して戻し，出た玉と同じ色の玉を袋の中に1個追加する」という操作を N 回繰り返した後，赤の玉が袋の中に m 個ある確率を $p_N(m)$ とする。

(1) 連比 $p_3(1):p_3(2):p_3(3):p_3(4)$ を求めよ。

(2) 一般の N に対し $p_N(m)$ $(1\leqq m\leqq N+1)$ を求めよ。