

$\boxed{1}$［2017 九州大］

座標空間内に点 A(0, 0, 2)，点 B(2, 0, 0)，点 C(0, 0, −2)，点 D(0, −2, 0) がある。線分 AC を 1 : 3 に内分する点を E とし，線分 AD を 1 : 3 に内分する点を F とする。直線 BC と平面 $x=\dfrac{3}{2}$ の交点を G とする。直線 BD と平面 EFG の交点を H とする。

(1) 点 E，F，G，H の座標をそれぞれ求めよ。

(2) 三角形 FGH の面積を求めよ。

$\boxed{2}$［2017 藤田保健衛生大］

各面が合同な三角形からなる四面体 OABC があり，BC=4，CA=5，AB=6 である。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ のなす角を θ とするとき，$\cos\theta=\dfrac{ア\boxed{}}{イ\boxed{}}$ である。

$\boxed{3}$［2015 熊本大］

座標空間内の 3 点 A(1, 1, 1)，B(3, 0, 1)，C(1, 2, 0) を含む平面を H とする。

(1) 点 P(−3, 2, 2) は H 上の点であることを示せ。

(2) 点 Q(1, −3, −4) を通る直線が H と直交するとき，その交点の座標を求めよ。

$\boxed{4}$［2017 横浜市立大］

空間上の 4 点 A，B，C，D が AB=1，AC=$\sqrt{2}$，AD=$2\sqrt{2}$，∠BAC=45°，∠CAD=60°，∠DAB=90° を満たす。このとき，この 4 点を通る球の半径を求めよ。

$\boxed{5}$［2017 宮崎大］

点 O を原点とする座標空間において，3 点 A(1, 0, 0)，B(0, 1, 0)，C(0, 0, 2) をとる。O から 3 点 A，B，C を含む平面に下ろした垂線の足を H とする。球面 $x^2+y^2+z^2=1$ を S とし，O から H にのばした半直線と球面 S との交点を P とする。

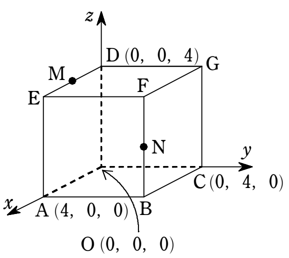
(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を成分で表せ。

(2) H の座標を求めよ。

(3) P の座標および線分 HP の長さを求めよ。

$\boxed{6}$［2015 長崎大］

4 点 O(0, 0, 0)，A(4, 0, 0)，C(0, 4, 0)，D(0, 0, 4) をとり，右図のように線分 OA，OC，OD を 3 辺とする立方体 OABC−DEFG を考える。辺 DE，BF の中点を，それぞれ M，N とする。



(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{GM}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{GN}}$ を成分で表せ。

(2) ∠MGN=θ とする。$\cos\theta$ の値を求めよ。

(3) 3 点 G，M，N を頂点とする三角形 GMN の面積を求めよ。

(4) 三角錐 FGMN において，三角形 GMN を底面としたときの高さを求めよ。

(5) 三角形 GMN を含む平面と線分 OF との交点を P とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を用いて表せ。

$\boxed{7}$［2017 鹿児島大］

1 辺の長さが 1 の立方体 OABC−DEFG において，線分 BF を 2 : 1 に内分する点を P，線分 EF の中点を Q とする。また，線分 OF と平面 PQG の交点を R とする。

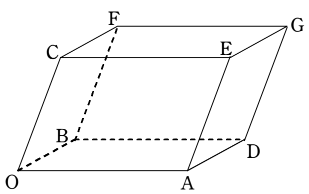
(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\vec{d}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OR}}=s\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を満たす実数 s を求めよ。

(3) △PQG の重心を S とするとき，線分 RS の長さを求めよ。

$\boxed{8}$［2017 山口大］

$0<t<1$ とする。平行六面体 OADB−CEGF において，辺 DG を 2 : 3 に内分する点を P，辺 OC を $t:(1-t)$ に内分する点を Q，直線 OP と平面 ABQ との交点を R とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，次の問いに答えよ。



(1) $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，t を用いて表せ。

(2) 点 R が三角形 ABQ の重心と一致するとき，t の値を求めよ。

(3) 直線 AR と直線 BQ との交点が線分 BQ を 3 : 2 に内分するとき，t の値を求めよ。

$\boxed{9}$［2017 福井大］

四面体 OABC において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とし，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{c}|=\sqrt{5}$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}=0$ とする。辺 OA の中点を D とし，点 P，Q をそれぞれ $\overrightarrow{\mathrm{CP}}=s\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ $(0\leqq s\leqq 1)$，$\overrightarrow{\mathrm{BQ}}=t\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ $(0\leqq t\leqq 1)$ となるようにとり，線分 PQ の中点を R とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を s，t，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) s，t がそれぞれ $0\leqq s\leqq 1$，$0\leqq t\leqq 1$ の範囲を動くとき，点 R の存在範囲の面積を求めよ。

(3) 直線 OR と面 ABC の交点を S とする。△SAB，△SBC，△SCA の面積比が 8 : 7 : 6 となるとき，s と t の値を求めよ。

$\boxed{10}$［2017 龍谷大］

ひし形 ABCD を底面とする四角錐 O−ABCD がある。AB=1 であり，OA=1，OB=1，OC=1 である。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ および $\vec{b}\cdot\vec{c}$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。また，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

(3) OD の中点を M とする。$\overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CM}}=-\dfrac{1}{4}$ のとき，∠AOC を求めよ。

$\boxed{11}$［2017 岩手大］

座標空間に 4 点 A(0, 1, 0)，B($\sqrt{3}$, 2, 0)，C($\sqrt{3}$, 2, 1)，D(−1, $1+\sqrt{3}$, 0) がある。線分 DC を $t:(1-t)$ に内分する点を P とする (ただし，$0<t<1$)。

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ をそれぞれ求めよ。

(2) 3 点 A，B，C が定める平面上に点 H を，$\overrightarrow{\mathrm{PH}}$ が $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の両方と垂直になるようにとる。$\overrightarrow{\mathrm{AH}}=u\overrightarrow{\mathrm{AB}}+v\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表すときの実数 u，v を求めよ。

(3) 点 P を中心とする半径 r の球が，3 点 A，B，C が定める平面に接するように点 P を定める。このときの t の値を r で表せ (ただし，$r<2$)。

$\boxed{12}$［2017 関西学院大］

座標空間内の 4 点 O(0, 0, 0)，A(1, 0, 0)，B(0, 2, 0)，C(0, 0, 3) を考える。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の大きさは $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=ア\boxed{}$ であり，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=イ\boxed{}$ である。また，三角形 ABC の面積は $ウ\boxed{}$ である。三角形 OAB の内接円の半径は $エ\boxed{}$ である。

(2) 四面体 OABC の体積は $オ\boxed{}$ である。四面体 OABC に内接する球の中心を P，半径を r とするとき，四面体 PABC の体積を r を用いて表すと $カ\boxed{}$ である。r の値は $r=キ\boxed{}$ であり，点 P の座標は $ク\boxed{}$ となる。

(3) 2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の両方に垂直で x 成分が 1 のベクトルは，$ケ\boxed{}$ である。点 P を通り平面 ABC に垂直な直線が xy 平面と交わる点の座標は $コ\boxed{}$ である。

$\boxed{13}$［2017 島根大］

座標空間において 2 点 A(3, 2, 0)，B(1, 1, 1) を通る直線に，点 Q(0, s, 0) から垂線 QP を下ろす。ただし，s は実数である。2 点 P，Q 間の距離を $f(s)$ とする。

(1) 点 P の座標を s を用いて表せ。

(2) $f(s)$ を求めよ。

(3) 関数 $f(s)$ が最小値をとる s の値を求めよ。

$\boxed{14}$［2017 名城大］

$r>0$ とし，空間内に 2 点 A(−1, 3, −2)，B(r, r, r) をとる。2 点 A，B を通る直線を ℓ_1 とし，ℓ_1 上の点 P と原点 O を通る直線を ℓ_2 とする。

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を求めよ。

(2) ℓ_1 と ℓ_2 が直交するとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を満たす実数 t を r を用いて表せ。

(3) ℓ_1 と ℓ_2 が直交し，$\sqrt{3}|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$ が成り立つとき，r の値を求めよ。