

$\boxed{1}$ [2008 琉球大]

次の方程式を解け。ただし，i は虚数単位，x は実数とする。

$$(1+i)x^2-(1+3i)x-2+2i=0$$

$\boxed{2}$ [2010 東京女子大]

整式 $P(x)$ を x^2-4 で割った余りは $2x+1$，x^2-3x+2 で割った余りは $x+3$ である。

(1) $P(2)$ を求めよ。　(2) $P(x)$ を x^2+x-2 で割った余りを求めよ。

(3) $P(x)$ を x^3-x^2-4x+4 で割った余りを求めよ。

$\boxed{3}$ [2017 立教大]

x^3 の係数が 1 である 3 次式 $Q(x)$ は，$x-1$ で割ると余りが -1，$x-2$ で割ると余りが 8 となる。

(1) $Q(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割った余りを求めよ。

(2) $Q(-1)=-1$ のとき，$Q(x)$ を求めよ。

(3) (2) で求めた $Q(x)$ に対して，3 次式 $P(x)$ は $P(x^2)=P(x)Q(x)+2x$ を満たす。このとき，$P(0)$，$P(1)$，$P(-1)$ の値を求めよ。

(4) $P(x)$ が (3) の条件を満たすとき，$P(x)$ を $x(x-1)(x+1)$ で割った余りを求めよ。

(5) $P(x)$ が (3) の条件を満たすとき，$P(x)$ を求めよ。

$\boxed{4}$ [2017 防衛大学校]

整式 x^{2017} を整式 x^2+x で割ったときの余りを求めよ。

$\boxed{5}$ [2017 関西学院大]

p，q を 0 でない実数の定数とし，2 次方程式 $2x^2+px+2q=0$ の解を α，β とする。このとき，$\alpha^2+\beta^2$ を p，q で表すと $^{ア}\boxed{}$ となる。更に，2 次方程式 $x^2+qx+p=0$ の 2 つの解が $\alpha+\beta$ と $\alpha\beta$ であるとき，$p=\,^{イ}\boxed{}$，$q=\,^{ウ}\boxed{}$ である。

$\boxed{6}$ [2015 同志社大]

方程式 $x^2-2\sqrt{3}x+7=0$ の虚数解を α，β とする。ただし，α の虚部は正，β の虚部は負とする。このとき，$\dfrac{1}{(\alpha+i)^2}$，$\dfrac{1}{(\beta-i)^2}$ を解にもつ 2 次方程式を $x^2+Ax+B=0$ とすると，$A=\,^{ア}\boxed{}$，$B=\,^{イ}\boxed{}$ である。

$\boxed{7}$ [2017 大阪経済大]

3 次方程式 $x^3-2x+6=0$ の 3 つの解を α，β，γ とすると，次の式が成り立つ。

(1) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=\boxed{}$　(2) $(\alpha-2)(\beta-2)(\gamma-2)=\boxed{}$

(3) $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=\boxed{}$

$\boxed{8}$ [2010 首都大学東京]

実数 a，b，c，d に対し x の 3 次の整式 $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ を考える。ただし，$ad\neq 0$ とする。方程式 $P(x)=0$ の 3 つの解を α，β，γ とすると
$P(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$ であることが知られている。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 積 $\alpha\beta\gamma$，和 $\alpha+\beta+\gamma$，$\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}$ を，それぞれ a，b，c，d を用いて表せ。

(2) もし α が実数でないならば，方程式 $P(x)=0$ は α の共役な複素数 $\overline{\alpha}$ を解にもつことを証明せよ。

(3) 解 α，β，γ のうち実数となるものの個数は 0，1，2，3 のどれか，考えられる可能性をすべて答えよ。

(4) もし $ad>0$ ならば，解 α，β，γ のうち正の実数となるものの個数は 0，1，2，3 のどれか，考えられる可能性をすべて答えよ。

$\boxed{9}$ [2015 立教大]

$\left(\dfrac{-\sqrt{2}}{1-i}\right)^{27}=a+bi$ となるとき，$a=\,^{ア}\boxed{}$，$b=\,^{イ}\boxed{}$ である。ただし，a，b は実数とし，i は虚数単位とする。

$\boxed{10}$ [2010 立命館大]

x についての 3 次関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx-6$ において，係数の和が 0 になり，
$f(x)=0$ の解がすべて整数となるときの定数 a，b の値の組 $(a,\ b)$ は a の値の小さい方から，$^{ア}\boxed{}$，$^{イ}\boxed{}$，$^{ウ}\boxed{}$，$^{エ}\boxed{}$ となる。このうち，$f(x)=0$ の解がすべて正の整数になるものについて，$y=f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれる図形のうち，第 1 象限にある図形の面積は $^{オ}\boxed{}$ である。

$\boxed{11}$ [2014 岡山理科大]

正の数 x，y，z が 3 条件 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{7}{4}$，$x^2+y^2+z^2=21$，$xyz=8$ を満たすとき，次の問いに答えよ。

(1) $xy+yz+zx$ の値を求めよ。　(2) $x+y+z$ の値を求めよ。

(3) $x\leqq y\leqq z$ であるとき，x，y，z の値を求めよ。

$\boxed{12}$ [2013 横浜国立大]

実数 a，x，y，z が $\begin{cases} x+y+z=a \\ x^2+y^2+z^2=a^2-2a+14 \\ x^3+y^3+z^3=a^3-3a^2+3a+18 \end{cases}$ を満たすとき，次の問いに答えよ。

(1) $xy+yz+zx$ および xyz を a の式で表せ。

(2) x，y，z のうち少なくとも 2 つが等しいとき，a，x，y，z を求めよ。

$\boxed{13}$ [2011 佐賀大]

多項式 $f(x)=x^4-x^3+cx^2-11x+d$ について，$f(1+\sqrt{2})=0$ が成り立つとする。ここで，c，d は有理数とする。次の問いに答えよ。

(1) $S=\{a+\sqrt{2}b \mid a,\ b$ は有理数$\}$ とする。集合 S の元 $z=a+\sqrt{2}b$ (ただし，a，b は有理数) に対して，$j(z)=a-\sqrt{2}b$ と定義する。S の任意の元 z，w に対して，$j(z+w)=j(z)+j(w)$ および $j(zw)=j(z)j(w)$ が成り立つことを示せ。

(2) (1) を用いて，S の元 z が $f(z)=0$ を満たせば，$f(j(z))=0$ が成り立つことを示せ。このことを用いて，$f(1-\sqrt{2})=0$ を示せ。

(3) 有理数 c，d を求め，$f(x)$ を有理数の範囲で因数分解せよ。

$\boxed{14}$ [2011 兵庫医科大]

方程式 $x^2+\dfrac{1}{x^2}-8\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+k=0$ において，この方程式が異なる 4 つの正の解をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ。