

1 [2017 関西大]

原点で垂直に交わる傾きが0でない2直線と放物線 $y=x^2$ の原点以外の交点を A，B とする。距離 AB の最小値は $\boxed{}$ である。

2 [2017 立教大]

座標平面上で，原点 O を中心とする半径1の円を S とする。点 $\mathrm{P}\left(\frac{3}{5},\ \frac{4}{5}\right)$ における S の接線を ℓ_1 とする。また，$-1<a<0$ とし，点 $\mathrm{Q}\left(a,\ \sqrt{1-a^2}\right)$ における S の接線を ℓ_2 とする。更に，直線 ℓ_1 と x 軸の交点を A，直線 ℓ_2 と x 軸の交点を B，直線 ℓ_1 と直線 ℓ_2 の交点を C とする。

(1) ℓ_1 の方程式と A の座標を求めよ。
(2) ℓ_2 の方程式を a を用いて表せ。
(3) ℓ_1 と ℓ_2 が直交するとき，a の値と B の座標を求めよ。
(4) a を (3) で求めた値とするとき，C の座標と三角形 ABC の面積 T_1 を求めよ。
(5) a を (3) で求めた値とするとき，ℓ_1 と ℓ_2，および弧 PQ で囲まれた図形の面積 T_2 を求めよ。ただし，弧 PQ は四角形 OPCQ の内部にあるとする。

3 [2017 早稲田大]

次の2つの円

$$x^2+y^2=1 \quad \cdots\cdots ①,\quad x^2+y^2-2kx+3k=0 \quad \cdots\cdots ②$$

について，次の問いに答えよ。ただし，k は定数とする。

(1) ② が円の方程式を表すための k の値の範囲を求めよ。
(2) 更に，円 ①，② が異なる2つの共有点をもつとき，k の値の範囲を求めよ。
(3) $k=4$ のとき，円 ①，② の共通接線の方程式をすべて求めよ。

4 [2017 立教大]

a，b，m を正の実数とする。座標平面上の3点 $\mathrm{A}(-a,\ a^2)$，$\mathrm{B}(b,\ b^2)$，$\mathrm{C}(b+m,\ (b+m)^2)$ と原点 O について，三角形 AOB の面積を S，三角形 OBC の面積を T とする。

(1) S を a と b を用いて表せ。
(2) ∠AOB が直角であるときの S の最小値と，S の最小値を与える組 $(a,\ b)$ を求めよ。
(3) T を b と m を用いて表せ。
(4) $T=3$ となる正の整数の組 $(b,\ m)$ をすべて求めよ。
(5) $(b,\ m)$ が正の整数の組であるときの T の最小値と，T の最小値を与える組 $(b,\ m)$ をすべて求めよ。

5 [2017 岐阜大]

xy 平面上に原点 O を中心とした半径2の円 C がある。$p>2$ とし，点 $\mathrm{P}(p,\ 0)$ を通り，円 C に接する2本の直線を考える。これらの直線と円 C との接点を点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，点 $\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ $(a_2>b_2)$ とする。また三角形 ABP の重心を点 G とする。

(1) 点 A と点 B の座標を p を用いて表せ。
(2) 点 G の座標を p を用いて表せ。
(3) 点 G が円 C の円周上にあるとき，∠APB の大きさを求めよ。
(4) p が $p>2$ の範囲を動くとき，線分 OG の長さ d の最小値とそのときの p の値を求めよ。

6 [2015 長崎大]

放物線 $C: y=x^2$ 上に異なる2点 P，Q をとる。P，Q の x 座標をそれぞれ p，q (ただし，$p<q$) とする。直線 PQ の傾きを a とおく。

(1) a を p，q を用いて表せ。
(2) $a=1$ とする。直線 PQ と x 軸の正の向きとのなす角 θ_1 (ただし，$0<\theta_1<\pi$) を求めよ。
(3) $a=1$ とする。放物線 C 上に点 R をとる。R の x 座標を r (ただし，$r<p$) とする。三角形 PQR が正三角形になるとき，直線 PR と x 軸の正の向きとのなす角 θ_2 (ただし，$0<\theta_2<\pi$) を求めよ。また，このとき直線 PR の傾き，および直線 QR の傾きを，それぞれ求めよ。更に，正三角形 PQR の面積を求めよ。
(4) $a=2$ とする。放物線 C 上に点 $\mathrm{S}(1,\ 1)$ をとる。三角形 PQS が $\angle\mathrm{S}=\frac{\pi}{2}$ である直角三角形になるとき，この三角形の面積を求めよ。

7 [2015 大阪市立大]

a，b は実数で $a>0$ とする。円 $x^2+y^2=1$ と放物線 $y=ax^2+b$ の共有点の個数を m とおく。

(1) $m=2$ となるための a，b に関する必要十分条件を求めよ。
(2) $m=3$ となるための a，b に関する必要十分条件を求めよ。
(3) $m=4$ となるための a，b に関する必要十分条件を求めよ。

8 [2015 鳥取大]

原点を O とする xy 平面において，x 軸上正の部分に点 $\mathrm{A}(a,\ 0)$ が，y 軸上正の部分に点 $\mathrm{C}(0,\ c)$ がある。また，第1象限内で三角形 OAC の外側に点 B があり，四角形 OABC の面積を T とする。辺 AB 上の点 P と辺 BC 上の点 Q を，線分 PQ が対角線 AC に平行になるようにとる。$\mathrm{AP}:\mathrm{PB}=t:1-t$ とするとき，三角形 OPQ の面積 $S(t)$ を最大にする t と，そのときの $S(t)$ を a，c，T を用いて表せ。ただし，$0\leqq t<1$ とし，$t=0$ のとき点 P は点 A に一致するものとする。

9 [2014 東京理科大]

座標平面において，円 $C: x^2+(y-1)^2=1$ を考える。点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ (ただし $b>2$) をとり，点 P から円 C へ引いた2本の接線が x 軸と交わる点をそれぞれ A，B とする。

(1) AB＝4 となるように点 P を動かすとき，三角形 PAB の面積が最小となるのは，

$a=\boxed{\text{ア}}$，$b=\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ のときである。

(2) $\angle\mathrm{APB}=\frac{\pi}{2}$ となるように点 P を動かすとき，等式

$a^2+\boxed{\text{エ}}b^2+\boxed{\text{オ}}a-\boxed{\text{カ}}b=\boxed{\text{キ}}$ がつねに成り立つ。

(3) 線分 AB の中点が $(2,\ 0)$ となるように点 P を動かすとき，等式

$a+\boxed{\text{ク}}b=\boxed{\text{ケ}}$ がつねに成り立つ。

10 [2017 法政大]

3点 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$，$\mathrm{B}(2,\ 0)$，$\mathrm{C}(0,\ 1)$ に対し，2点 $\mathrm{P}(0,\ p)$，$\mathrm{Q}(0,\ q)$ を，$0<p<q$ かつ線分 PQ の中点が C となるようにとる。更に，直線 AP と直線 BQ の交点を R とおく。

(1) R の座標を p で表せ。
(2) R の軌跡を図示せよ。

11 [2013 中央大]

座標平面上に2点 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$，$\mathrm{B}(3,\ 2)$ をとる。m を実数とし，直線 $y=mx$ を ℓ とする。

(1) ℓ 上の点 P の座標を $(t,\ mt)$ とするとき，$\mathrm{PA}^2+\mathrm{PB}^2$ を t，m を用いて表せ。
(2) 点 P が ℓ 上を動くとき，$\mathrm{PA}^2+\mathrm{PB}^2$ を最小にする P の座標を $(X,\ Y)$ とおく。X，Y を m で表せ。
(3) m が実数全体を動くとき，$(X,\ Y)$ はある曲線 C 上を動く。C の方程式を求めよ。

12 [2013 津田塾大]

放物線 $y=-x^2$ を平行移動した放物線 C が次の2つの条件を満たすとする。

(i) C は放物線 $y=x^2$ と共有点をもたない。
(ii) x 座標が正の部分で，C は直線 $y=-1$ と異なる2つの共有点をもつ。

このとき，C の頂点の存在範囲を図示せよ。

13 [2013 大分大]

連立不等式 $\begin{cases} y\geqq|2x-3| \\ y\leqq x \end{cases}$ の表す領域を D とする。

(1) 領域 D を図示せよ。
(2) a を2でない正の定数とする。点 $(x,\ y)$ が領域 D 内を動くとき，$ax+y$ の最大値と最小値，およびそのときの点 $(x,\ y)$ を求めよ。
(3) 点 $(x,\ y)$ が領域 D 内を動くとき，x^2+y^2 の最小値とそのときの点 $(x,\ y)$ を求めよ。

14 [2013 名城大]

xy 平面上に，直線 $\ell: x\cos\theta+y\sin\theta=\cos\theta+1$ がある。

(1) $\theta=0$，$\theta=\frac{\pi}{2}$ のとき，ℓ の方程式をそれぞれ求めよ。
(2) ℓ と点 $(1,\ 0)$ との距離は θ の値によらず一定であることを示し，その値を求めよ。
(3) θ の値が $0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$ の範囲を変化するとき，ℓ が通過する領域を図示せよ。

$\boxed{15}$［2013 関西大］

直線 ℓ を $\ell : y=\dfrac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta}x+\dfrac{1}{\sin\theta+\cos\theta}+1$ とする。直線 ℓ 上の 2 点 A，B の x 座標は，それぞれ $\cos\theta$，$-\sin\theta$ である。θ は $\sin\theta+\cos\theta \fallingdotseq 0$ であるように変化する。

(1)　点 A，B は，ともに，θ に無関係に決まるある 1 つの円 C_1 の周上にあることを示し，C_1 の方程式を求めよ。

(2)　線分 AB の長さを求めよ。

(3)　直線 ℓ は，θ に無関係に決まるある 1 つの円 C_2 に接していることを示し，C_2 の方程式を求めよ。