

1 [2014 滋賀大]

k を定数とする。関数 $y = 4^x + 4^{-x} - 2k(2^x + 2^{-x}) + 2$ について、次の問いに答えよ。

- $t = 2^x + 2^{-x}$ とおく。このとき、 t の最小値が 2 であることを示せ。また、 $4^x + 4^{-x}$ を t を用いて表せ。
- y の最小値を k を用いて表せ。
- r を実数とする。 $k = 5$ のとき、 $y = r$ となるような x の個数が r の値によってどのように変化するか調べよ。

2 [2011 日本女子大]

a を 1 より大きい定数とする。関数

$$f(x) = (\log_2 x)^2 - \log_2 x^4 + 1 \quad (1 \leq x \leq a)$$

の最小値を求めよ。

3 [2017 三重大]

a を 1 でない正の実数とする。

- 方程式 $2^x \log_2 x - \frac{8}{\log_a 2} \log_a x = 0$ を満たす実数 x をすべて求めよ。
- 正の実数 A に対し、方程式 $\frac{2^x}{\log_a 2} \log_a A - 2 = 0$ を満たす実数 x の個数を求めよ。
- 正の実数 A に対し、方程式 $2^x \log_2 A + \frac{2^{-x}}{\log_a 2} \log_a A - 2 = 0$ を満たす実数 x の個数を求めよ。

4 [2017 愛媛大]

x, y を整数とするとき、次の式を満たす整数 a, b を x, y を用いて表せ。

$$\frac{4^x \times 6^{x+y} \times 12^{x-y}}{16^x \times 9^{2x-3y}} = 2^a \times 3^b$$

5 [2017 防衛中学校]

$N = 2^{100}$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$, $\log_{10} 11 = 1.0414$, $\log_{10} 13 = 1.1139$ とする。

- N の桁数を求めよ。
- N の最高位の数字を求めよ。
- N の最高位から 1 つ下の位の数字を求めよ。

6 [2017 同志社大]

不等式 $\log_{x^2-x+1}(a^2+1-x) > 1$ について考える。以下において、 n は自然数とする。

$a = 2017$ の場合、この不等式を満たす $x = n$ の形の解の個数は \square であり、その中の最大の x の値は \square である。 $a = \frac{1}{2017}$ の場合、この不等式を満たす $x = \frac{1}{n}$ の形の解の個数は \square であり、その中の最大の x の値は \square である。

7 [2017 関西大]

3 次式 $f(x) = x(x-1)(x-2)$ に対して、関数 $g(x) = \log_{27} f(x)$ を $0 < x < 1$ の範囲で定義する。このとき、

$$f\left(\frac{2}{5}\right) = \square, \quad g\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{1}{3} + \square \log_3 2 - \log_3 5$$

である。定義域を実数全体とする関数 $f(x)$ は、 $x = \square$ のとき極大値をとり、

$x = \square$ のとき極小値をとる。 $g(x)$ の $0 < x < 1$ における最大値を M とすると、

$M = \square \log_3 2 - \frac{1}{2}$ であり、 $M > g\left(\frac{2}{5}\right)$ である。3 つの実数 $\sqrt{6}$, $3^{\frac{2}{3}}$, $\frac{5}{2}$ のうち最も大きな数は \square である。

8 [2015 宮崎大]

座標平面において、連立不等式

$$\begin{cases} \log_2(2y+x+10) \leq \log_2(10-x) + \log_8(x+1)^3 \\ \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{6} \geq 0 \end{cases}$$

を満たす点 (x, y) の全体が表す図形を D とするとき、次の各問いに答えよ。

- 図形 D を図示せよ。
- 図形 D 上の点 (x, y) に対し、 $x - y$ のとりうる値の範囲を求めよ。

9 [2015 愛知教育大]

$\log_{10} 2$ の値はおおよそ 0.3010 と知られているが、この近似値を使わずに以下の問いに答えよ。

- $\alpha = \log_{1000} 2$ とおくと、 $p\alpha > 1$ となるような最小の整数 p を求めよ。
- (1) で求めた p について、不等式 $0 < p\alpha - 1 < \frac{1}{p}$ が成り立つことを示せ。
- 不等式 $0.3 < \log_{10} 2 < 0.33$ が成り立つことを示せ。

10 [2015 東京電機大]

関数 $f(x) = \log_2(2x^3 - 9x^2 + 12x)$ について、次の問いに答えよ。

- 不等式 $2x^3 - 9x^2 + 12x > 0$ を解け。
- 方程式 $f(x) = \log_2(bx)$ が異なる 2 つの解をもつような定数 b の範囲を求めよ。
- b が (2) の範囲にあるとき、方程式 $f(x) = \log_2(bx)$ の異なる 2 つの解 α, β に対して、 $S(b) = f(\alpha) + f(\beta)$ とおく。 $S(b)$ の最大値を求めよ。

11 [2014 東北大]

次の不等式の表す領域を xy 平面に図示せよ。

$$\log_{10} \left(\frac{10^x \times 10^y}{10} + 10000 \times \frac{100^x}{100^y} - 1000 \times \frac{10^{3x}}{10^y} \right) \geq 0$$

12 [2014 東京理科大]

a を $a > 0$ かつ $a \neq 1$ を満たす実数の定数として、等式 $\log_a y = (\log_a x)^2 - 3\log_a x + 3$ で定められる x の関数 y について考える。

- y を x で表せ。
- $a = 9$ の場合を考える。
 - $x = 3$ のときの y の値を求めよ。
 - x が正の実数全体を動くとき、 y の最小値、および y が最小値をとるときの x の値を求めよ。
- x が正の実数全体を動くとき、定数 a の値によって、 y が最大値をもつことがある。 y が最大値 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ をとるように、 a を定めよ。

13 [2014 群馬大]

n を自然数とする。5832 を底とする n の対数 $\log_{5832} n$ が有理数であり $\frac{1}{2} < \log_{5832} n < 1$ を満たすとき、 n を求めよ。

14 [2014 宮崎大]

不等式 $\log_x y < 2 + 3\log_y x$ の表す領域を座標平面上に図示せよ。

15 [2013 埼玉大]

- 64^{95} と 65^{90} の大小を比較せよ。
- 63^{100} と 64^{95} の大小を比較せよ。