

1 [2017 神戸大]

次の 2 つの条件を満たす x の 2 次式 $f(x)$ を考える。

(ⅰ) $y=f(x)$ のグラフは点 $(1,\ 4)$ を通る。

(ⅱ) $\int_{-1}^{2} f(x)dx=15$

(1) $f(x)$ の 1 次の項の係数を求めよ。

(2) 2 次方程式 $f(x)=0$ の 2 つの解を α，β とするとき，α と β の満たす関係式を求めよ。

(3) (2) における α，β がともに正の整数となるような $f(x)$ をすべて求めよ。

2 [2017 名城大]

実数 a に対し，$F(a)=\int_0^1 |x(x-a)|dx$ とする。

(1) $a\geqq 1$ のとき，$F(a)$ を a の整式で表せ。

(2) $0<a<1$ のとき，$F(a)$ を a の整式で表せ。

(3) $0<t<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，$F(\sin t)\geqq F(\cos t)$ を満たす t の値の範囲を求めよ。

3 [2017 大分大]

$0\leqq t\leqq 1$ とし，関数 $f(x)=x^2-4|x-1|$ に対して，$S(t)=\int_t^{2t} f(x)dx$ とする。

(1) $y=f(x)$ のグラフをかけ。

(2) $S(t)$ を求めよ。

(3) $S(t)$ の最大値と最小値を求めよ。

4 [2017 北海道大]

a，b を実数とし，関数 $f(x)$ が

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+(a^2-b)x+\int_{-1}^{1} f(t)dt$$

を満たすとする。

(1) $f(0)$ の値を a を用いて表せ。

(2) 関数 $f(x)$ が $x>1$ の範囲で極大値をもつとする。このような a，b が満たす条件を求めよ。また，点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ の存在範囲を座標平面上に図示せよ。

5 [2017 富山大]

a，b を実数とし，関数 $f(x)$ が等式 $f(x)=x^2+|b|x+\int_{-a}^{a} tf(t)dt$ を満たすとする。

(1) $\int_{-a}^{a} tf(t)dt$ の値を a，b を用いて表せ。

(2) 方程式 $f(x)=0$ が実数解をもつための条件を a，b を用いて表し，この条件を満たす点 $(a,\ b)$ の範囲を ab 平面上に図示せよ。

6 [2017 早稲田大]

x について 1 次以上の整式で表される関数 $f(x)$，$g(x)$ が

$$f(x)=\int_{-1}^{1}\{(x-t)f(t)+g(t)\}dt,\quad g(x)=\left(\int_{-1}^{1} xf(t)dt\right)^2$$

を満たすとき，$f(x)$ の項のうち次数が最も高い項の係数は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

また，$g(x)$ の項のうち次数が最も高い項の係数は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

7 [2017 熊本大]

t は 0 でない実数とする。座標平面上の曲線 C_1 : $y=(x-t)^2+2t^3-t^2$ と曲線 C_2 : $y=2x^3-x^2$ について，次の問いに答えよ。

(1) 曲線 C_1 と曲線 C_2 の共有点が 2 個になるような t を求めよ。

(2) t を (1) で求めた値とし，曲線 C_1 と曲線 C_2 の共有点を A，B とする。ただし，点 A の x 座標は，点 B の x 座標より小さいとする。このとき，点 A，B における曲線 C_2 の接線 ℓ_{A}，ℓ_{B} と曲線 C_1 で囲まれた部分の面積を求めよ。

8 [2015 大阪市立大]

$m>0$ とする。座標平面上の点 P に対して，P を通る傾き m の直線と y 軸の交点を R とし，点 Q を $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}=m\overrightarrow{\mathrm{RP}}$ となるように定める。

(1) P の座標を $(a,\ b)$ とするとき，Q の座標を m，a，b を用いて表せ。

(2) 点 P が放物線 $y=x^2-x$ 上を動くとき，対応する点 Q の軌跡を C とする。C の方程式を $y=f(x)$ とするとき，$f(x)$ を求めよ。

(3) (2) の $f(x)$ に対し，$I(m)=\int_0^m f(x)dx$ とする。m を $m>0$ の範囲で変化させるとき，$I(m)$ を最小にする m の値を求めよ。

9 [2017 広島大]

座標平面上の 2 つの曲線 C_1 : $y=4x^3-1$，C_2 : $y=x^3$ を考える。$a>0$ に対して，x 座標が a である C_1 上の点を A とし，A における C_1 の接線を ℓ とする。

(1) C_1 と C_2 の交点の x 座標を p とする。p の値を求めよ。

(2) 直線 ℓ の方程式を，a を用いて表せ。

(3) 直線 ℓ が C_2 に接するとき，a の値を求めよ。

(4) (3) のとき，直線 ℓ と C_2 の接点を B とする。C_1，C_2 と線分 AB で囲まれた図形の面積を求めよ。

10 [2017 同志社大]

$a>0$ に対して，関数 $f(x)=x^3-ax+a$，$g(x)=(x+a)^3$ とする。

(1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

(2) $y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの共有点の個数が 2 個となるための a のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) a が (2) で求めた範囲にあるとき，$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフで囲まれる図形の面積 $S(a)$ を求めよ。

(4) a が (2) で求めた範囲を動くとき，$\dfrac{S(a)}{a}$ の最大値とそのときの a の値を求めよ。

11 [2017 金沢大]

$a>0$ とし，放物線 C : $y=a(x-1)^2+1$ を考える。C 上の点 P における C の接線 ℓ の方程式を $y=Ax+B$ とする。

(1) P の x 座標を s とするとき，A と B を a と s を用いて表せ。

(2) 接線 ℓ は，原点 O (0，0) を通り，傾きは正であるとする。このとき，ℓ の方程式を求めよ。

(3) (2) で求めた接線 ℓ と放物線 C および y 軸で囲まれた図形の面積 $S(a)$ を求めよ。

(4) $\dfrac{S(a)}{\sqrt[4]{a}}$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

12 [2015 岡山大]

座標空間内の 8 点 (0，0，0)，(1，0，0)，(1，1，0)，(0，1，0)，(0，0，1)，(1，0，1)，(1，1，1)，(0，1，1) を頂点とする立方体を考える。$0<t<3$ のとき，3 点 $(t,\ 0,\ 0)$，$(0,\ t,\ 0)$，$(0,\ 0,\ t)$ を通る平面でこの立方体を切った切り口の面積を $f(t)$ とし，$f(0)=f(3)=0$ とする。

(1) $0\leqq t\leqq 3$ のとき，$f(t)$ を t の式で表せ。

(2) 関数 $f(t)$ の $0\leqq t\leqq 3$ における最大値を求めよ。

(3) 定積分 $\int_0^3 f(t)dt$ の値を求めよ。

13 [2015 同志社大]

a を実数とする。$f(x)=x^2-(1+a)x+a$ とし，$I(a)=\int_0^1 |f(x)|dx$ とする。

(1) $a<0$ のとき $I(a)$ を a を用いて表せ。

(2) $0\leqq a\leqq 1$ のとき $I(a)$ を a を用いて表せ。

(3) $a>1$ のとき $I(a)$ を a を用いて表せ。

(4) $0\leqq a\leqq 1$ のとき $I(a)$ の最大値と最小値を求めよ。