

1 [2004 静岡理工科大]
$\sin 135^\circ + \cos 135^\circ + \tan 240^\circ$ の値を求めよ.

2 [2005 中央大]
$\dfrac{\cos\frac{13}{3}\pi}{\sin\frac{13}{3}\pi}$ の値を求めよ。

3 [2007 信州大]
$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，次の方程式を解け。
$$2\sin^2 x - 3\cos x - 3 = 0$$

4 [2017 職業能力開発総合大学校]
$-\frac{\pi}{2} \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ のとき，不等式 $2(\cos x)^2 + \sin x - 1 > 0$ の解は，
ア $\boxed{}\pi < x <$ イ $\boxed{}\pi$ である。

5 [2005 津田塾大]
関数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ のグラフをかけ。

6 [2008 明治大]
関数 $y = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$ のグラフは $y = 2\sin 3x$ のグラフを x 軸方向に ア $\boxed{}$ だけ平行移動したものであり，その正で最小の周期は イ $\boxed{}$ である。

7 [2005 湘南工科大]
関数 $f(\theta) = 2\sin 3\theta + 1$ の周期は ア $\boxed{}$ であり，$f(\theta)$ の最大値は イ $\boxed{}$ である。

8 [2007 青山学院大]
関数 $y = 2\sin^2 x + 2\sin x + 1$ $(0 \leqq x < 2\pi)$ の最小値は ア $\boxed{}$，最大値は イ $\boxed{}$ である。

9 [2009 山形大]
関数 $y = 2\sin x - \cos^2 x$ $(0 \leqq x \leqq 2\pi)$ の最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

10 [2013 芝浦工業大]
α，β が鋭角で，$\tan\alpha = \frac{1}{2}$，$\tan\beta = \frac{1}{3}$ のとき $\tan(\alpha + \beta)$ の値は ア $\boxed{}$ であり，
$\alpha + \beta =$ イ $\boxed{}$ である。

11 [2007 京都産業大]
$\cos 75^\circ$ の値を求めよ。

12 [2007 津田塾大]
$\tan 105^\circ$ の値を求めよ。

13 [2005 大阪電気通信大]
$\sin\alpha = \frac{4}{5}$ $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ であり，$\cos\beta = \frac{5}{13}$ $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ であるとき，$\cos(\alpha + \beta)$ の値を求めよ。

14 [2009 静岡理工科大]
α が第3象限の角，β が第4象限の角で，$\sin\alpha = -\frac{4}{5}$，$\cos\beta = \frac{1}{2}$ のとき，$\cos\alpha$，$\sin\beta$，$\cos(\alpha + \beta)$ の値を求めよ。

15 [2010 広島修道大]
$\sqrt{2}\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$，$0 \leqq \alpha \leqq \frac{\pi}{2}$ であるとき，α の値は ア $\boxed{}$ である。
また，$0 \leqq \beta < \pi$ であるとき，不等式 $\sin 2\beta < \frac{1}{2}$ の解は イ $\boxed{}$ である。

16 [2014 東京電機大]
$\sin\alpha + \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ と $\cos\alpha + \cos\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ が成り立つとき，$\cos(\alpha - \beta)$ の値を求めよ。

17 [2010 慶応義塾大]
角 α が $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$，$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\alpha = 1$ を満たすとき，$\tan\alpha =$ ア $\boxed{}$，
$\sin 2\alpha =$ イ $\boxed{}$ である。

18
$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。
(1) $2\cos^2\theta - \sqrt{3}\cos\theta = 3$ (2) $\sin 2\theta = \sin\theta$
(3) $\cos 2\theta > \cos\theta$

19
$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。
(1) $2\sin^2\theta - 3\cos\theta - 3 = 0$ (2) $\cos 2\theta - 5\cos\theta + 3 = 0$
(3) $3\sin\theta + 2 \leqq \cos 2\theta$

20
$0 \leqq \theta \leqq \frac{5}{6}\pi$ とする。関数 $y = \cos 2\theta - 2\cos\theta$ は $\theta =$ ア $\boxed{}$ のとき最小値 イ $\boxed{}$ をとる。また，y の最大値は ウ $\boxed{}$ である。

21 [2015 名城大]
$\sin 2\theta = \frac{3}{4}$ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{4}\right)$ のとき，$\cos\theta + \sin\theta =$ ア $\boxed{}$ であり，
$\cos\theta - \sin\theta =$ イ $\boxed{}$ である。

22 [2015 神奈川大]
$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ のとき，不等式 $\sin 2\theta - \sin\theta + 4\cos\theta \leqq 2$ を解くと
ア $\boxed{} \leqq \theta \leqq$ イ $\boxed{}$ である。

23 [2015 北里大]
$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする。$\cos\theta + \sin\theta = \frac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta$ の値は ア $\boxed{}$，$\cos\theta$ の値は イ $\boxed{}$，$\cos 2\theta + \sin 2\theta$ の値は ウ $\boxed{}$ である。

24 [2014 長崎大]
$0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，$\cos 3\theta + 2\cos\theta = 0$ を満たす θ の値をすべて求めよ。

25 [2005 千葉工業大]
$3\sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta =$ ア $\boxed{}\sin\left(\theta -\right.$ イ $\left.\boxed{}\right)$ が成り立つ。ただし，ア $\boxed{} > 0$，
$0 \leqq$ イ $\boxed{} < 2\pi$ とする。

26 [2012 福岡大]
$0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で $y = 2\sin\theta + \cos\theta$ のとりうる値の範囲を求めよ。

27 [2008 小樽商科大]
関数 $3\sin^2 x + 4\sin x\cos x - \cos^2 x$ の $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ における最大値 M と最小値 m を求めよ。

28 [2003 三重大]

(1) 正弦・余弦の加法定理を述べ，$\sin A+\sin B=2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$ を導け．

(2) 次の方程式を満たす x の値 $(0^\circ\leqq x<360^\circ)$ をすべて求めよ．

（ア） $\sin x+\sqrt{3}\cos x=\sqrt{3}$

（イ） $\sin x+\sin 4x+\sin 7x=0$

29 [2004 慶応義塾大]

$\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$ の値を求めよ．

30 [2017 センター]

連立方程式 $\begin{cases} \cos 2\alpha+\cos 2\beta=\dfrac{4}{15} & \cdots\cdots ① \\ \cos\alpha\cos\beta=-\dfrac{2\sqrt{15}}{15} & \cdots\cdots ② \end{cases}$ を考える。

ただし，$0\leqq\alpha\leqq\pi$，$0\leqq\beta\leqq\pi$ であり，$\alpha<\beta$ かつ

$|\cos\alpha|\geqq|\cos\beta|$ ……③

とする。このとき，$\cos\alpha$ と $\cos\beta$ の値を求めよう。

2倍角の公式を用いると，① から $\cos^2\alpha+\cos^2\beta=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ が得られる。

また，② から，$\cos^2\alpha\cos^2\beta=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{15}$ である。

したがって，条件 ③ を用いると $\cos^2\alpha=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$，$\cos^2\beta=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。よって，

② と条件 $0\leqq\alpha\leqq\pi$，$0\leqq\beta\leqq\pi$，$\alpha<\beta$ から

$$\cos\alpha=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}},\quad \cos\beta=\frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

31 [2017 センター]

$0\leqq\alpha\leqq\dfrac{\pi}{2}$，$0\leqq\beta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ および関係式 $2\cos^2(\beta-\alpha)=3\sin(\beta-\alpha)$ ……① を満たす α，β に対して，$y=4\sin^2\beta-4\cos^2\alpha$ とおく。

(1) $t=\sin(\beta-\alpha)$ とおくと，① から $t=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であることがわかる。

$0\leqq\alpha\leqq\dfrac{\pi}{2}$，$0\leqq\beta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ であるから，$\beta-\alpha=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) (1)により $\beta=\alpha+\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ウ}}}$ であるから，加法定理を用いて，y を α で表すと

$$y=\boxed{\text{エ}}-\boxed{\text{オ}}\cos^2\alpha+\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\sin\alpha\cos\alpha \quad\cdots\cdots ②$$

となる。

このことから，$y=\boxed{\text{エ}}$ となるのは，$\alpha=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}$，$\beta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}$ のときである。

(3) 2倍角の公式を用いると，② は $y=\sqrt{\boxed{\text{コ}}}\sin 2\alpha-\boxed{\text{サ}}\cos 2\alpha$ となる。

さらに，三角関数の合成を用いると $y=\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}\sin\left(2\alpha-\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セ}}}\right)$ と変形できる。

このことから，$y=-\sqrt{3}$ となるのは，$\alpha=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ソタ}}}$，$\beta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{チ}}}$ のときである。

32 [2015 センター]

O を原点とする座標平面上の2点 $P(2\cos\theta,\ 2\sin\theta)$，

$Q(2\cos\theta+\cos 7\theta,\ 2\sin\theta+\sin 7\theta)$ を考える。ただし，$\dfrac{\pi}{8}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ とする。

(1) $OP=\boxed{\text{ア}}$，$PQ=\boxed{\text{イ}}$ である。また

$OQ^2=\boxed{\text{ウ}}+\boxed{\text{エ}}(\cos 7\theta\cos\theta+\sin 7\theta\sin\theta)=\boxed{\text{ウ}}+\boxed{\text{エ}}\cos(\boxed{\text{オ}}\theta)$

である。

よって，$\dfrac{\pi}{8}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ の範囲で，OQ は $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}$ のとき最大値 $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ をとる。

(2) 3点 O，P，Q が一直線上にあるような θ の値を求めよう。

直線 OP を表す方程式は $\boxed{\text{ク}}$ である。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

⓪ $(\cos\theta)x+(\sin\theta)y=0$　　① $(\sin\theta)x+(\cos\theta)y=0$

② $(\cos\theta)x-(\sin\theta)y=0$　　③ $(\sin\theta)x-(\cos\theta)y=0$

このことにより，$\dfrac{\pi}{8}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ の範囲で，3点 O，P，Q が一直線上にあるのは

$\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}$ のときであることがわかる。

(3) ∠OQP が直角となるのは $OQ=\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ のときである。したがって，$\dfrac{\pi}{8}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ の範囲で，∠OQP が直角となるのは $\theta=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\pi$ のときである。

33 [2010 センター]

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で $\sin 4\theta=\cos\theta$ ……① を満たす θ と $\sin\theta$ の値を求めよう。

一般に，すべての x について $\cos x=\sin\left(\boxed{\text{ア}}-x\right)$ である。$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ② のうちから一つ選べ。

⓪ π　　① $\dfrac{\pi}{2}$　　② $-\dfrac{\pi}{2}$

したがって，① が成り立つとき，$\sin 4\theta=\sin\left(\boxed{\text{ア}}-\theta\right)$ となり，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で

4θ，$\boxed{\text{ア}}-\theta$ のとり得る値の範囲を考えれば，$4\theta=\boxed{\text{ア}}-\theta$ または

$4\theta=\pi-\left(\boxed{\text{ア}}-\theta\right)$ となる。よって，① を満たす θ は $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{イ}}}$ または $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ウエ}}}$

である。$\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{イ}}}=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。$\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ウエ}}}$ の値を求めよう。① より

$\boxed{\text{キ}}\sin 2\theta\cos 2\theta=\cos\theta$ となり，この式の左辺を2倍角の公式を用いて変形すれば

$\left(\boxed{\text{ク}}\sin\theta-\boxed{\text{ケ}}\sin^3\theta\right)\cos\theta=\cos\theta$ となる。ここで $\cos\theta>0$ であるから

$\boxed{\text{ケ}}\sin^3\theta-\boxed{\text{ク}}\sin\theta+1=0$ ……② が成り立つ。$\sin\theta=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ は ② を満たしている。$\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ウエ}}}$ とすると，$\sin\theta\neq\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であるから

$\boxed{\text{コ}}\sin^2\theta+\boxed{\text{サ}}\sin\theta-1=0$ となる。ここで，$\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ウエ}}}>0$ より

$\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ウエ}}}=\dfrac{\boxed{\text{シス}}+\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。