

1 [2007 高知工科大]

$\left(\frac{125}{64}\right)^{-\frac{2}{3}}$ を簡単にせよ。

2 [1997 足利工業大]

$\sqrt[3]{64} \times \sqrt[4]{162^{-3}}$ を計算せよ。

3 [2005 東京電機大]

$\sqrt[3]{x^2y} \times \sqrt{x^3y} \div \sqrt[4]{xy^{-1}}$ を計算せよ。

4 [2010 立教大]

$\sqrt[3]{54} \times \sqrt{7} \times \sqrt[4]{14} \times \frac{1}{\sqrt[3]{490}} \times \sqrt[4]{10} \times \frac{1}{\sqrt[3]{7}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ を簡単にすると \square となる。

5 [2012 武庫川女子大]

$2^x - 2^{-x} = 3$ のとき、 $2^x + 2^{-x}$ 、 $2^{3x} + 2^{-3x}$ の値を求めよ。

6 [1997 愛知大]

$\frac{3^{x^2+1}}{3^{x-1}} = 81$ を解け。

7 [2003 武蔵工業大]

方程式 $3^{2x-3} = 81^x$ を解け。

8 [1997 愛知工業大]

方程式 $3^{2x+1} - 3^{x+2} - 3^x + 1 = 0$ を満たす x の値は \square である。

9 [2006 摂南大]

方程式 $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ を解け。

10 [2006 久留米大]

不等式 $4^x - 3\sqrt{2} \cdot 2^x + 4 > 0$ を解け。

11 [2007 徳島大]

次の数を小さい方から順に並べよ。

$$2^{0.5}, \sqrt[5]{16}, 8^{-\frac{1}{3}}$$

12 [1997 慶応義塾大]

$y = \frac{1}{8} \cdot 2^x$ は、 $y = 2^x$ を x 軸の正の方向に \square だけ平行移動したグラフであり、

更に、 $x = 2$ を軸に線対称に移すと、 $y = \square$ となる。

13 [2004 北里大]

$f(x) = 4^{x+1} - 2^{x+1} - 6$ とおく。方程式 $f(x) = 0$ を満たす解は、 $x = \square$ である。

また、関数 $y = f(x)$ は、 $x = \square$ のとき最小値 \square をとる。

14 [1997 千葉工業大]

$3\log_2 4 - 6\log_4 8 + 9\log_8 \frac{1}{2}$ の値を求めよ。

15 [1998 東洋大]

$(\log_3 3 + \log_{25} 9)(\log_9 5 - \log_3 25)$ の値を求めよ。

16 [1999 福岡工業大]

$11^{\log_{121} 36}$ の値を求めよ。

17 [1997 千葉工業大]

$\log_{10} 2 = a, \log_{10} 3 = b$ とするとき、 $\log_{10} 24$ を a, b で表せ。

18 [1998 関西大]

$\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^x = 10, 2^{3y} = 100$ とする。このとき、 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ の値を求めよ。

19 [2009 静岡理工科大]

方程式 $\log_3(x+7) + \log_3(x+1) = 3$ を解く。

真数は正だから、 $x > \square$ である。

よって、方程式の解は $x = \square$ である。

20 [1999 千葉工業大]

$\log_2(9x+1) - 3 = \log_2(x+1)$ を解け。

21 [2004 工学院大]

方程式 $2(\log_4 x)^2 + \log_4 x - 6 = 0$ を解け。

22 [1999 創価大]

$\log_5(x-3) < 1$ を解け。

23 [1998 東京理科大]

不等式 $\log_2(x^2 - 3x + 2) < \log_2 6$ を解け。

24 [2000 東京経済大]

次の不等式を解け。

$$\log_{\frac{1}{3}}(6-x) + \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} x < -\frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{3}}(3x-2)$$

25 [2011 福岡大]

3つの数 $2, \log_{\sqrt{2}} 3, \log_2 6$ を小さい方から順に並べよ。

26 [2017 西南学院大]

関数 $y = \frac{1}{3} \log_2 x$ のグラフは、指数関数 $y = \square^x$ のグラフを直線 $y = x$ に関して対称に移したものである。

27 [2006 名城大]

関数 $y = (\log_5 x)^2 - 6\log_5 x + 7$ ($5 \leq x \leq 625$) の最大値と最小値を求めよ。

28 [2002 会津大]

不等式 $\frac{n}{2} \leq \log_2 10 < \frac{n+1}{2}$ を満たす整数 n を求めよ。

29 [1998 東北学院大]

$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771, \log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

(1) $\log_{10} 1.05$ の値を求めよ。

(2) $1.05^n \geq 10$ となる自然数 n のうちで最小のものを求めよ。

30 [2007 京都産業大]

$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(1) $\log_{10} 4 = 0.\square$, $\log_{10} 5 = 0.\square$ である。

(2) 4^{200} は \square 桁の整数である。 4^{200} の一の位の数字は \square である。また、最高位の数字を a ($a = 1, 2, \dots, 9$) とすると、不等式

$$a \times 10^{\square} \leq 4^{200} < (a+1) \times 10^{\square}$$

が成り立つ。常用対数をとることにより $a = \square$ であることがわかる。

ただし、常用対数とは 10 を底とする対数のことである。

(3) $\left(\frac{1}{5}\right)^{32}$ は小数第 \square 位に初めて 0 でない数字が現れ、その数字は \square である。

31 [2015 センター]

a, b を正の実数とする。連立方程式(*) $\begin{cases} x\sqrt{y^3} = a \\ \sqrt[3]{x}y = b \end{cases}$ を満たす正の実数 x, y について考えよう。

(1) 連立方程式(*) を満たす正の実数 x, y は $x = a^{\frac{7}{2}}b^{\frac{1}{2}}$, $y = a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}}$ となる。ただし $p = \frac{\text{オカ}}{\text{キ}}$ である。

(2) $b = 2\sqrt[3]{a^4}$ とする。 a が $a > 0$ の範囲を動くとき、連立方程式(*) を満たす正の実数 x, y について、 $x + y$ の最小値を求めよう。

$b = 2\sqrt[3]{a^4}$ であるから、(*) を満たす正の実数 x, y は、 a を用いて $x = 2^{\frac{\text{イウ}}{\text{クケ}}}$, $y = 2^{\frac{\text{ニ}}{\text{ク}}}$ と表される。したがって、相加平均と相乗平均の関係を利用すると、 $x + y$ は $a = 2^q$ のとき最小値 $\sqrt{\text{サ}}$ をとることがわかる。ただし $q = \frac{\text{シス}}{\text{セ}}$ である。

32 [2014 センター]

不等式 $4\{\log_2(3 - \sqrt{x})\}^2 + 3\log_{\frac{1}{3}}(3 - \sqrt{x})^2 - 2 > 0$ …… ① を満たす x のとり得る値の範囲を求めよう。

まず、真数は正であるから $0 \leq x < \text{ア}$ …… ② である。ただし、対数 $\log_a b$ に対し、 a を底といい、 b を真数という。

$y = \log_{\frac{1}{3}}(3 - \sqrt{x})^2$ とおくと、 $(\frac{1}{8})^y = (3 - \sqrt{x})^2$ である。2 を底とする両辺の対数をとれば

$y = -\frac{\text{イ}}{\text{ウ}} \log_2(3 - \sqrt{x})$ であることがわかる。

よって、 $X = \log_2(3 - \sqrt{x})$ とおくと、① は $\text{エ} X^2 - X - 1 > 0$ …… ③ と表すことができる。

不等式③を解くと $X < -\frac{1}{\text{オ}}$, $X > \text{カ}$ となり、 $X = \log_2(3 - \sqrt{x})$ により

$3 - \sqrt{x} < \frac{\sqrt{\text{キ}}}{\text{ク}}$, $3 - \sqrt{x} > \text{ケ}$ …… ④ であることがわかる。②と④から、不等式①を満たす x のとり得る値の範囲は

$0 \leq x < \text{コ}$, $\frac{\text{サシ}}{\text{ス}} - \text{セ} \sqrt{\text{キ}} < x < \text{ア}$ である。

33 [2017 センター]

p, q, x, y は実数とし、関係式 $p = \log_3\left\{3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^x\right\}$, $q = \log_3\left\{3^y - \left(\frac{1}{3}\right)^y\right\}$ を満たすとする。

(1) 真数の条件により、 $x > \text{ア}$, $y > \text{ア}$ である。ただし、対数 $\log_a b$ に対し、 a を底といい、 b を真数という。また、 $x < y$ であるとき

$$3^x \text{イ} 3^y, \left(\frac{1}{3}\right)^x \text{ウ} \left(\frac{1}{3}\right)^y, p \text{エ} q$$

が成り立つ。 イ , ウ , エ に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$$\text{①} < \text{②} = \text{③} >$$

(2) $x = \log_3 4$ のとき、 $p = \log_3 \text{オ} - \text{カ} \log_3 2 + \text{キ}$ である。また、 $p = \log_3 4$ のとき、 $x = \log_3(\text{ク} + \sqrt{\text{ケ}})$ である。

(3) 関係式 $y = 2x - 1$, $q = 2p - 1$ が成り立つとき、 $x = \frac{\log_3 \text{コ}}{\text{サ}}$ である。

34 [2017 センター]

座標平面上に点 $A\left(0, \frac{3}{2}\right)$ をとり、関数 $y = \log_2 x$ のグラフ上に2点 $B(p, \log_2 p)$, $C(q, \log_2 q)$ をとる。線分 AB を1:2に内分する点が C であるとき、 p, q の値を求めよう。

真数の条件により、 $p > \text{ア}$, $q > \text{ア}$ である。ただし、対数 $\log_a b$ に対し、 a を底といい、 b を真数という。

線分 AB を1:2に内分する点の座標は、 p を用いて

$\left(\frac{\text{イ}}{\text{ウ}} p, \frac{\text{エ}}{\text{オ}} \log_2 p + \text{カ}\right)$ と表される。これが C の座標と一致するので

$$\begin{cases} \frac{\text{イ}}{\text{ウ}} p = q & \dots\dots \text{④} \\ \frac{\text{エ}}{\text{オ}} \log_2 p + \text{カ} = \log_2 q & \dots\dots \text{⑤} \end{cases}$$

が成り立つ。

⑤は $p = \frac{\text{キ}}{\text{ク}} q^{\frac{\text{ア}}{\text{イ}}}$ …… ⑥ と変形できる。④と⑥を連立させた方程式を解いて、

$p > \text{ア}$, $q > \text{ア}$ に注意すると $p = \text{コ} \sqrt{\text{サ}}$, $q = \text{シ} \sqrt{\text{ス}}$ である。

また、 C の y 座標 $\log_2(\text{シ} \sqrt{\text{ス}})$ の値を、小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めると、 セ である。 セ に当てはまるものを、次の①～⑩のうちから1つ選べ。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

- ① 0.3
- ② 0.6
- ③ 0.9
- ④ 1.3
- ⑤ 1.6
- ⑥ 1.9
- ⑦ 2.3
- ⑧ 2.6
- ⑨ 2.9
- ⑩ 3.3
- ⑪ 3.6
- ⑫ 3.9