Copyright Makeage,Inc. All Rithts Reserved.

$\boxed{1}$ [2012 千葉工業大]

$\displaystyle\int x(9x-4)dx=$ ア$\boxed{\quad}$ x^3- イ$\boxed{\quad}$ x^2+C (ただし，C は積分定数) である。

$\boxed{2}$ [2010 中央大]

次の条件を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$\begin{cases} f'(x)=6x^2-2x+3 \\ f(1)=7 \end{cases}$$

$\boxed{3}$ [2013 東京電機大]

曲線 $y=f(x)$ が点 $(2,\ 0)$ を通り，すべての実数 t に対して点 $(t,\ f(t))$ における接線の傾きが $2t^2-1$ であるとき，$f(x)$ を求めよ。

$\boxed{4}$ [2014 岡山理科大]

次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_0^5 (9x^2-12x+4)dx$　　(2) $\displaystyle\int_{-3}^3 (x^2-3|x|+2)dx$

(3) $\displaystyle\int_0^5 (|x-1|+|3-x|)dx$

$\boxed{5}$

次の条件を満たす 2 次関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(0)=8,\quad f'(5)=-30,\quad \int_0^1 f(x)dx=7$$

$\boxed{6}$ [2015 立教大]

$\displaystyle\int_2^4 (x^2+ax+2)dx=\frac{14}{3}$ を満たす a の値は $\boxed{\quad}$ である。

$\boxed{7}$ [2007 南山大]

2 次関数 $f(x)$ がすべての x に対して $(x-2)f'(x)-2f(x)+2=0$ を満たし，かつ $f(0)=-3$ のとき，$f(x)=$ ア$\boxed{\quad}$ である。また，$f(x)=0$ の 2 つの解を α，β $(\alpha<\beta)$ とするとき，$\displaystyle\int_\alpha^\beta f(x)dx=$ イ$\boxed{\quad}$ である。

$\boxed{8}$ [2001 芝浦工業大]

(1) すべての自然数 k に対して $\displaystyle\int_k^{k+1}(x^3+ax^2+bx+c)dx=k^3$ が成り立つように定数 a，b，c の値を定めよ.

(2) (1) を用いて次の和を求めよ.

$1^3+2^3+\cdots\cdots+n^3$

$\boxed{9}$ [2009 上智大]

$\displaystyle\int_1^x g(t)dt=x^2+bx+c$，$g(1)=5$ のとき，$b=$ ア$\boxed{\quad}$，$c=$ イ$\boxed{\quad}$ である。

$\boxed{10}$ [2010 東京電機大]

すべての実数 x に対して，$\displaystyle\int_1^x f(t)dt=x^4+a$ が成り立つとき，関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ。

$\boxed{11}$ [2006 福井工業大]

$\displaystyle f(x)=2x^2-x+3\int_0^2 f(t)dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$\boxed{12}$ [2014 関西大]

関数 $f(x)$ が次の関係を満たしている。

$$f(x)=x^2+x\int_0^1 f(t)dt-\int_0^1 f'(t)dt$$

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) $f(x)$ の最小値を求めよ。

(3) $f(x)=0$ の解を求めよ。

$\boxed{13}$ [2014 北海道情報大]

$0\leqq x\leqq 4$ において，関数 $\displaystyle f(x)=\int_0^x (2t-2)dt$ の最大値と最小値，およびそのときの x の値を求めよ。

$\boxed{14}$ [2002 明治大]

$\displaystyle f(x)=\int_{-2}^x (t^2-t-2)dt$ の極値とそれらを与える x の値を求めよ.

$\boxed{15}$ [1997 日本福祉大]

関数 $f(x)$ は $\begin{cases} x\leqq 0 \text{ では } f(x)=x(x+1) \\ x\geqq 0 \text{ では } f(x)=x(1-x) \end{cases}$ で与えられるとする.

(1) 関数 $y=f(x)$ のグラフを描け.

(2) 積分 $\displaystyle F(x)=\int_{-1}^x f(t)dt$ を求め，曲線 $y=F(x)$ をグラフに示せ.

$\boxed{16}$ [2012 愛知工業大]

xy 平面において，曲線 $y=-x^2+2x+2$ と直線 $y=2x+1$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{17}$ [1998 千葉工業大]

放物線 $y=x^2$ と直線 $y=2x+k$ (k は定数) で囲まれる部分の面積が 36 であるとき，k の値を求めよ.

$\boxed{18}$ [2015 神奈川大]

2 つの放物線 $y=-x^2+3x$，$y=x^2-x$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{\quad}$ である。

$\boxed{19}$ [2015 名城大]

放物線 C : $y=2x^2$ と直線 ℓ_1 : $y=-3x+2$ がある。C と ℓ_1 によって囲まれた部分の面積を S_1 とし，C，ℓ_1 および直線 ℓ_2 : $x=1$ によって囲まれた部分の面積を S_2 とすると，

$S_1=$ ア$\boxed{\quad}$，$S_2=$ イ$\boxed{\quad}$ である。

$\boxed{20}$ [2008 関東学院大]

関数 $f(x)=-x^3+4x^2-3x$ について，$y=f(x)$ のグラフと x 軸の交点の x 座標は，

小さい方から　$x=$ ア$\boxed{\quad}$，イ$\boxed{\quad}$，ウ$\boxed{\quad}$

$y=f(x)$ のグラフと x 軸が囲む部分の面積は エ$\boxed{\quad}$

$\boxed{21}$ [2007 昭和薬科大]

曲線 $y=x^3-x+1$ と直線 $y=2x+a$ $(a<0)$ が接するとき，$a=$ ア$\boxed{\quad}$ である。

また，このとき，曲線と直線で囲まれる部分の面積は イ$\boxed{\quad}$ である。

$\boxed{22}$ [2004 福島大]

次の連立不等式の表す領域を図示し，その面積を求めよ.

$$\begin{cases} \left(x-\dfrac{1}{4}\right)^2+\left(y-\dfrac{1}{4}\right)^2\leqq 1 \\ y\geqq\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^2 \end{cases}$$

 Copyright Makeage,Inc. All Rithts Reserved.

$\boxed{23}$ [2015 センター]

(1) 関数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ を求めよう。h が 0 でないとき，x が a から $a+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率は $\boxed{\text{ア}}+\dfrac{h}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

したがって，求める微分係数は $f'(a)=\lim\limits_{h\to\boxed{\text{ウ}}}\left(\boxed{\text{ア}}+\dfrac{h}{\boxed{\text{イ}}}\right)=\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) 放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ を C とし，C 上に点 $\mathrm{P}\left(a,\ \dfrac{1}{2}a^2\right)$ をとる。ただし，$a>0$ とする。

点 P における C の接線 ℓ の方程式は $y=\boxed{\text{オ}}x-\dfrac{1}{\boxed{\text{カ}}}a^2$ である。直線 ℓ と x 軸との交点 Q の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\ 0\right)$ である。点 Q を通り ℓ に垂直な直線を m とすると，m の方程式は $y=\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}x+\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

直線 m と y 軸との交点を A とする。三角形 APQ の面積を S とおくと $S=\dfrac{a\left(a^2+\boxed{\text{セ}}\right)}{\boxed{\text{ソ}}}$ となる。また，y 軸と線分 AP および曲線 C によって囲まれた図形の面積を T とおくと $T=\dfrac{a\left(a^2+\boxed{\text{タ}}\right)}{\boxed{\text{チツ}}}$ となる。

$a>0$ の範囲における $S-T$ の値について調べよう。

$$S-T=\frac{a\left(a^2-\boxed{\text{テ}}\right)}{\boxed{\text{トナ}}}$$

である。$a>0$ であるから，$S-T>0$ となるような a のとり得る値の範囲は $a>\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ である。また，$a>0$ のときの $S-T$ の増減を調べると，$S-T$ は $a=\boxed{\text{ヌ}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ をとることがわかる。

$\boxed{24}$ [2017 センター]

関数 $f(x)=x^3-5x^2+3x-4$ について考える。

(1) 関数 $f(x)$ の増減を調べよう。$f(x)$ の導関数は $f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2-\boxed{\text{イウ}}x+\boxed{\text{エ}}$ であり，$f(x)$ は $x=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ で極大値，$x=\boxed{\text{キ}}$ で極小値をとる。

よって，$x\geqq 0$ の範囲における $f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{クケコ}}$ である。

また，方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解の個数は $\boxed{\text{サ}}$ 個である。

(2) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(0,\ f(0))$ における接線を ℓ とすると，ℓ の方程式は $y=\boxed{\text{シ}}x-\boxed{\text{ス}}$ である。

また，放物線 $y=x^2+px+q$ を C とし，C は点 $\left(a,\ \boxed{\text{シ}}a-\boxed{\text{ス}}\right)$ で ℓ と接しているとする。

このとき，p，q は a を用いて $p=\boxed{\text{セソ}}a+\boxed{\text{タ}}$，$q=a^{\boxed{\text{チ}}}-\boxed{\text{ツ}}$ と表される。

(3) (2) の放物線 C は，$0\leqq x\leqq 1$ の範囲では，x 軸とただ 1 点 $(\beta,\ 0)$ で交わり，$0<\beta<1$ であるとする。

このとき，$g(x)=x^2+px+q$ とおけば $g(0)g(1)=a\left(a+\boxed{\text{テ}}\right)\left(a-\boxed{\text{ト}}\right)^2<0$ である。$\left(a-\boxed{\text{ト}}\right)^2$ は負にならないので，a の値の範囲は $\boxed{\text{ナニ}}<a<\boxed{\text{ヌ}}$ であり，$g(0)\ \boxed{\text{ネ}}\ 0$，$g(1)\ \boxed{\text{ノ}}\ 0$ である。ただし，$\boxed{\text{ネ}}$ と $\boxed{\text{ノ}}$ については，当てはまるものを，次の ⓪～② のうちから一つずつ選べ。同じものを選んでもよい。

⓪ $<$　① $=$　② $>$

放物線 C の $0\leqq x\leqq\beta$ の部分と，x 軸および y 軸で囲まれた図形の面積を S とする。また，C の $\beta\leqq x\leqq 1$ の部分と，x 軸および直線 $x=1$ で囲まれた図形の面積を T とする。

このとき，a の値によらず，$\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx=\boxed{\text{ハ}}$ が成り立つ。$\boxed{\text{ハ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑦ のうちから一つ選べ。

⓪ $S+T$　① $\dfrac{S+T}{2}$　② $2S+T$　③ $2T+S$

④ $S-T$　⑤ $T-S$　⑥ $2S-T$　⑦ $2T-S$

したがって，$S=T$ となる a の値を求めると，$a=\dfrac{\boxed{\text{ヒ}}-\sqrt{\boxed{\text{フヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

$\boxed{25}$ [2017 センター]

O を原点とする座標平面上の放物線 $y=x^2+1$ を C とし，点 $(a,\ 2a)$ を P とする。

(1) 点 P を通り，放物線 C に接する直線の方程式を求めよう。

C 上の点 $(t,\ t^2+1)$ における接線の方程式は $y=\boxed{\text{ア}}tx-t^2+\boxed{\text{イ}}$ である。

この直線が P を通るとすると，t は方程式 $t^2-\boxed{\text{ウ}}at+\boxed{\text{エ}}a-\boxed{\text{オ}}=0$ を満たすから，$t=\boxed{\text{カ}}a-\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ である。

よって，$a\fallingdotseq\boxed{\text{ケ}}$ のとき，P を通る C の接線は 2 本あり，それらの方程式は

$y=\left(\boxed{\text{コ}}a-\boxed{\text{サ}}\right)x-\boxed{\text{シ}}a^2+\boxed{\text{ス}}a$ ……① と $y=\boxed{\text{セ}}x$ である。

(2) (1) の方程式 ① で表される直線を ℓ とする。ℓ と y 軸との交点を $\mathrm{R}(0,\ r)$ とすると，$r=-\boxed{\text{シ}}a^2+\boxed{\text{ス}}a$ である。$r>0$ となるのは，$\boxed{\text{ソ}}<a<\boxed{\text{タ}}$ のときであり，このとき，三角形 OPR の面積 S は $S=\boxed{\text{チ}}\left(a^{\boxed{\text{ツ}}}-a^{\boxed{\text{テ}}}\right)$ となる。

$\boxed{\text{ソ}}<a<\boxed{\text{タ}}$ のとき，S の増減を調べると，S は $a=\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ をとることがわかる。

(3) $\boxed{\text{ソ}}<a<\boxed{\text{タ}}$ のとき，放物線 C と (2) の直線 ℓ および 2 直線 $x=0$，$x=a$ で囲まれた図形の面積を T とすると $T=\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}a^3-\boxed{\text{ヒ}}a^2+\boxed{\text{フ}}$ である。

$\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\leqq a<\boxed{\text{タ}}$ の範囲において，T は $\boxed{\text{ヘ}}$。$\boxed{\text{ヘ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから 1 つ選べ。

⓪ 減少する　① 極小値をとるが，極大値はとらない

② 増加する　③ 極大値をとるが，極小値はとらない

④ 一定である　⑤ 極小値と極大値の両方をとる