

1 [2012 横浜国立大]

xy 平面上に円 $C: x^2+(y+2)^2=4$ がある。中心 $(a,\ 0)$，半径 1 の円を D とする。C と D が異なる 2 点で交わるとき，次の問いに答えよ。

(1) a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) C と D の 2 つの交点を通る直線の方程式を求めよ。

(3) a が (1) の範囲を動くとき，(2) の直線が通過する領域を図示せよ。

2 [2009 北海道大]

xy 平面において，原点を中心とする半径 1 の円を S とする。c を $c>\sqrt{2}$ となる定数とし，x 軸上に点 $\mathrm{C}(-c,\ 0)$ をとる。円 S の接線で C を通り，傾きが正であるものを ℓ とし，その接点を A とする。

(1) 直線 ℓ の方程式と点 A の座標を求めよ。

(2) $p>1$ として，ℓ と直線 $x=p$ との共有点を P とする。P を x 軸に関して対称移動して得られる点を Q とする。円 S の接線で Q を通るもののうちの 1 本が ℓ と直交するとき，p を c で表せ。

3 [2017 東北大]

a，b を実数とする。$y=|x^2-4|$ で表される曲線を C とし，$y=ax+b$ で表される直線を ℓ とする。

(1) ℓ が点 $(-2,\ 0)$ を通り，ℓ と C がちょうど 3 つの共有点をもつような a，b の条件を求めよ。

(2) ℓ と C がちょうど 3 つの共有点をもつような点 $(a,\ b)$ の軌跡を ab 平面上に図示せよ。

4 [2012 名古屋大]

xy 平面上に，点 $(0,\ 1)$ を通り，傾きが h の直線 ℓ がある。

(1) xy 平面において，ℓ に関して点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ と対称な点を $\mathrm{Q}(s,\ t)$ とする。このとき，a，b，h を用いて s，t を表せ。ただし，点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ は ℓ 上にないとする。

(2) xy 平面において，ℓ に関して原点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$ と対称な点を A とする。h が $-1\leqq h\leqq 1$ の範囲を動くとき，線分 OA の長さの最大値と最小値を求めよ。

(3) h が $-1\leqq h\leqq 1$ の範囲を動くときの点 A の軌跡を C とする。C と直線 $y=1$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

5 [2017 横浜国立大]

実数 a，b に対して，xy 平面上の点 $\mathrm{P}\ (a+b,\ a^2+b^2)$ を考える。

(1) a，b がすべての実数を動くとき，P の存在範囲を xy 平面上に図示せよ。

(2) a，b が $|a|+|b|\leqq 2$ を満たしながら動くとき，P の存在範囲を xy 平面上に図示せよ。

(3) 点 $(x,\ y)$ が (2) で求めた範囲を動くとき，$x-|y-3|$ の最大値と最小値を求めよ。

6 [2011 東北大]

実数 a に対し，不等式 $y\leqq 2ax-a^2+2a+2$ の表す座標平面上の領域を $D(a)$ とおく。

(1) $-1\leqq a\leqq 2$ を満たすすべての a に対し $D(a)$ の点となるような点 $(p,\ q)$ の範囲を図示せよ。

(2) $-1\leqq a\leqq 2$ を満たすいずれかの a に対し $D(a)$ の点となるような点 $(p,\ q)$ の範囲を図示せよ。

7 [2017 東京医科歯科大]

xyz 空間において，点 $\mathrm{O}(0,\ 0,\ 0)$ と点 $\mathrm{A}(0,\ 0,\ 1)$ を結ぶ線分 OA を直径にもつ球面を σ とする。

(1) 球面 σ の方程式を求めよ。

(2) xy 平面上にあって O と異なる点 P に対して，線分 AP と球面 σ との交点を Q とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を示せ。

(3) 点 $\mathrm{S}(p,\ q,\ r)$ を，$\overrightarrow{\mathrm{OS}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AS}}=-\left|\overrightarrow{\mathrm{OS}}\right|^2$ を満たす，xy 平面上にない定点とする。σ 上の点 Q が $\overrightarrow{\mathrm{OS}}\perp\overrightarrow{\mathrm{SQ}}$ を満たしながら動くとき，直線 AQ と xy 平面との交点 P はどのような図形を描くか。p，q，r を用いて答えよ。

8 [2015 東北大]

a を実数とする。xy 平面において，関数 $y=x^2$ と $y=-x^2+2ax-a$ のグラフをそれぞれ C_1，C_2 とする。

(1) C_1 と C_2 が共有点をもたないような a の範囲を求めよ。

(2) a が (1) で求めた範囲にあるとき，C_1 と C_2 の両方に接する直線が 2 本存在することを示せ。

(3) a が (1) で求めた範囲を動くとき，C_1 と C_2 の両方に接する 2 本の直線の交点が描く図形を図示せよ。

9 [2015 慶応義塾大]

方程式 $y=|x|$ を満たす座標平面上の点 $(x,\ y)$ 全体の集合 B を

$B=\{(x,\ y)\mid$ 点 $(x,\ y)$ は方程式 $y=|x|$ を満たす$\}$

と表す。同様に，集合 $C_r(a,\ b)$，D をそれぞれ

$C_r(a,\ b)=\{(x,\ y)\mid$ 点 $(x,\ y)$ は方程式 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ を満たす$\}$，

$D=\{(x,\ y)\mid$ 点 $(x,\ y)$ は不等式 $y\leqq|x|$ を満たす$\}$

で定める。ただし，a，b は実数，r は正の実数とする。

(1) 集合 $B\cap C_r(1,\ 2)$ が 2 個の要素からなるように，r の値の範囲を定めよ。

(2) $C_{2\sqrt{2}}(a,\ b)\subset D$ が成り立つような点 $(a,\ b)$ 全体の集合を斜線で図示せよ。