

$\boxed{1}$［2017 京都大］

p，q を自然数，α，β を $\tan\alpha=\dfrac{1}{p}$，$\tan\beta=\dfrac{1}{q}$ を満たす実数とする。

⑴　次の条件

　　(A)　$\tan(\alpha+2\beta)=2$

　を満たす p，q の組 $(p,\ q)$ のうち，$q\leqq 3$ であるものをすべて求めよ。

⑵　条件 (A) を満たす p，q の組 $(p,\ q)$ で，$q>3$ であるものは存在しないことを示せ。

$\boxed{2}$［2015 慶応義塾大］

xy 平面上の 2 直線 $y=x+4\sin\theta+1$，$y=-x+4\cos\theta-3$ の交点を P とおく。ただし，θ は実数とする。

⑴　$\theta=\dfrac{\pi}{12}$ のとき，点 P の座標は $\left(\sqrt{\boxed{\text{ア}}}-\boxed{\text{イ}},\ \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}-\boxed{\text{エ}}\right)$ である。

⑵　θ が実数全体を動くとき，点 P の軌跡は

　$x^2+y^2+\boxed{\text{オ}}x+\boxed{\text{カ}}y-\boxed{\text{キ}}=0$ である。

$\boxed{3}$［2017 早稲田大］

a を実数とする。θ についての方程式 $a\cos\theta+2\sin\theta=2a+1$ が $0<\theta<\pi$ の範囲で 2 つの異なる解をもつのは $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}<a<\dfrac{\boxed{\text{ウ}}+\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ のときである。

$\boxed{4}$［2013 お茶の水女子大］

$\tan\alpha=2$，$\tan\beta=5$，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。$0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}$ 上で関数

$f(x)=\sin(\alpha+\beta+x)+\cos(\alpha+\beta+x)$ を考える。

⑴　$\sin(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha+\beta)$ を求めよ。

⑵　$\tan(\alpha+\beta+x)$ の値の範囲を求めよ。

⑶　$f(x)$ の最大値，最小値を求めよ。

⑷　$f(x)$ が最小となるときの x を γ とする。$\alpha+\beta+\gamma$，$\tan\gamma$ を求め，$\beta-\alpha>\gamma-\beta$ となることを示せ。

⑸　$\beta>\dfrac{5\pi}{12}$ となることを示せ。

$\boxed{5}$［2015 大阪大］

平面上に長さ 2 の線分 AB を直径とする円 C がある。2 点 A，B を除く C 上の点 P に対し，AP＝AQ となるように線分 AB 上の点 Q をとる。また，直線 PQ と円 C の交点のうち，P でない方を R とする。

⑴　△AQR の面積を $\theta=\angle\mathrm{PAB}$ を用いて表せ。

⑵　点 P を動かして △AQR の面積が最大になるとき，$\overrightarrow{\mathrm{AR}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を用いて表せ。

$\boxed{6}$［2011 札幌医科大］

a，b を実数とし，x に関する方程式

$$\cos 2x+a\cos x+b=0$$

を考える。この方程式が $0\leqq x<2\pi$ の範囲で，ちょうど 2 個の異なる実数解をもつための a，b に関する条件を求めよ。

$\boxed{7}$［2014 大阪大］

⑴　$\cos x+\cos y\neq 0$ を満たすすべての実数 x，y に対して等式

　$\tan\dfrac{x+y}{2}=\dfrac{\sin x+\sin y}{\cos x+\cos y}$ が成り立つことを証明せよ。

⑵　$\cos x+\cos y+\cos z\neq 0$ を満たすすべての実数 x，y，z に対して等式

　$\tan\dfrac{x+y+z}{3}=\dfrac{\sin x+\sin y+\sin z}{\cos x+\cos y+\cos z}$ は成り立つか。成り立つときは証明し，成り立たないときは反例を挙げよ。

$\boxed{8}$［2014 一橋大］

円 $C: x^2+y^2=1$ 上の点 P における接線を ℓ とする。点 $(1,\ 0)$ を通り ℓ と平行な直線を m とする。直線 m と円 C の $(1,\ 0)$ 以外の共有点を P′ とする。ただし，m が直線 $x=1$ のときは P′ を $(1,\ 0)$ とする。円 C 上の点 $\mathrm{P}(s,\ t)$ から点 $\mathrm{P}'(s',\ t')$ を得る上記の操作を T と呼ぶ。

⑴　s'，t' をそれぞれ s と t の多項式として表せ。

⑵　点 P に操作 T を n 回繰り返して得られる点を P_n とおく。P が $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$ のとき，

　P_1，P_2，P_3 を図示せよ。

⑶　正の整数 n について，$\mathrm{P}_n=\mathrm{P}$ となるような点 P の個数を求めよ。

$\boxed{9}$［2015 早稲田大］

直線 $\ell: x\sin\theta+y\cos\theta=1\ \left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ に接する 4 つの円を考える。

$x\sin\theta+y\cos\theta<1$ の領域で 2 つの円は互いに接しており，そのうち 1 つの円は直線 ℓ と x 軸に，もう一方の円は直線 ℓ と y 軸に接している。これらの円の半径はいずれも r_1 である。このとき，$t=\sin\theta+\cos\theta$ として，r_1 を t を用いて表すと，$r_1=\dfrac{1}{\boxed{\text{ア}}}$ となる。残りの 2 つの円は，$x\sin\theta+y\cos\theta>1$ の領域で互いに接しており，そのうち 1 つの円は直線 ℓ と x 軸に，もう一方の円は直線 ℓ と y 軸に接している。これらの円の半径はいずれも r_2 である。このとき，$t=\sin\theta+\cos\theta$ として，r_2 を t を用いて表すと，

$r_2=\dfrac{1}{\boxed{\text{イ}}}$ となる。したがって，$\boxed{\text{ウ}}<\dfrac{r_1}{r_2}\leqq\sqrt{\boxed{\text{エ}}}-\boxed{\text{オ}}$ である。