

$\boxed{1}$［2017 大阪大］

b，c を実数とする。2 次関数 $f(x)=-x^2+bx+c$ が $0\leqq f(1)\leqq 2$，$5\leqq f(3)\leqq 6$ を満たすとする。

(1) $f(4)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) 放物線 $y=f(x)$ の頂点の y 座標 q のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) 放物線 $y=f(x)$ の頂点の y 座標が 6 のとき，放物線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

$\boxed{2}$［2014 名古屋大］

実数 t に対して 2 点 $\mathrm{P}(t,\ t^2)$，$\mathrm{Q}(t+1,\ (t+1)^2)$ を考える。

(1) 2 点 P，Q を通る直線 ℓ の方程式を求めよ。

(2) a は定数とし，直線 $x=a$ と ℓ の交点の y 座標を t の関数と考えて $f(t)$ とおく。t が $-1\leqq t\leqq 0$ の範囲を動くときの $f(t)$ の最大値を a を用いて表せ。

(3) t が $-1\leqq t\leqq 0$ の範囲を動くとき，線分 PQ が通過してできる図形を図示し，その面積を求めよ。

$\boxed{3}$［2013 一橋大］

原点を O とする xy 平面上に，放物線 C：$y=1-x^2$ がある。C 上に 2 点 $\mathrm{P}(p,\ 1-p^2)$，$\mathrm{Q}(q,\ 1-q^2)$ を $p<q$ となるようにとる。

(1) 2 つの線分 OP，OQ と放物線 C で囲まれた部分の面積 S を，p と q の式で表せ。

(2) $q=p+1$ であるとき S の最小値を求めよ。

(3) $pq=-1$ であるとき S の最小値を求めよ。

$\boxed{4}$［2010 一橋大］

$a>0$ とする。xy 平面上に，4 点 $(-8,\ 0)$，$(-8,\ 1)$，$(-9,\ 1)$，$(-9,\ 0)$ を頂点にもつ正方形 P と，4 点 $(0,\ -8)$，$(1,\ -8)$，$(1,\ -9)$，$(0,\ -9)$ を頂点にもつ正方形 Q がある。正方形 P は秒速 $\dfrac{1}{a}$ で x 軸の正の方向に x 軸に沿って移動を始め，同時に正方形 Q は秒速 $\dfrac{1}{a^2}$ で y 軸の正の方向に y 軸に沿って移動を始める。

(1) 移動する 2 つの正方形 P，Q が決して共有点をもたないような a の条件を求めよ。

(2) 移動する 2 つの正方形 P，Q が，時刻 t_1 から時刻 t_2 まで共有点をもつとき $g(a)=t_2-t_1$ とし，共有点をもたないときは $g(a)=0$ として，関数 $g(a)$ を定める。定積分 $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} g(a)\,da$ の値を求めよ。

$\boxed{5}$［2011 上智大］

平面上で点 $(x,\ y)$ が $0\leqq x\leqq 1$，$0\leqq y\leqq 1$ の範囲を動くとする。

(1) 点 $(x+y,\ xy)$ の動く範囲を図示し，その面積を求めよ。

(2) p を定数としたとき，次式で与えられる関数 $f(x,\ y)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

$$f(x,\ y)=\frac{xy-p}{x+y+1}$$

$\boxed{6}$［2009 一橋大］

(1) 任意の角 θ に対して，$-2\leqq x\cos\theta+y\sin\theta\leqq y+1$ が成立するような点 $(x,\ y)$ の全体からなる領域を xy 平面上に図示し，その面積を求めよ。

(2) 任意の角 α，β に対して，$-1\leqq x^2\cos\alpha+y\sin\beta\leqq 1$ が成立するような点 $(x,\ y)$ の全体からなる領域を xy 平面上に図示し，その面積を求めよ。

$\boxed{7}$［2005 一橋大］

a を定数とし，x の 2 次関数 $f(x)$，$g(x)$ を次のように定める。

$$f(x)=x^2-3$$

$$g(x)=-2(x-a)^2+\frac{a^2}{3}$$

(1) 2 つの放物線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ が異なる 2 つの共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。

(2) (1) で求めた範囲に属する a に対して，2 つの放物線によって囲まれる図形を C_a とする。C_a の面積を a で表せ。

(3) a が (1) で求めた範囲を動くとき，少なくとも 1 つの C_a に属する点全体からなる図形の面積を求めよ。