

1 [2014 足利工業大]

複素数 $z = 3 - \sqrt{3}i$ に対し、共役な複素数 \bar{z} と絶対値 $|z|$ を求めよ。

2 [2014 大阪薬科大]

次の複素数 z を極形式で表せ。ただし、 $0 \leq \arg z < 2\pi$ とする。

$$z = -\sqrt{3} + i$$

3 [2014 摂南大]

i を虚数単位、 $\alpha = \sqrt{3} + i$ 、 $\beta = 1 + i$ とする。 $\alpha\beta$ を $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ($0 < r$, $0 \leq \theta < 2\pi$) と表せば $r = 2\sqrt{\square}$ 、 $\theta = \pi \square$ であり、 $\cos\theta = \square$ 、 $\sin\theta = \square$ である。

4 [2014 共立薬科大]

$z = -1 - \sqrt{3}i$ のとき、 z^9 の値を求めよ。

5 [2014 千葉工業大]

$z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9} \right)$ のとき、 $\frac{1}{z^3}$ の値を求めよ。

6 [2015 愛媛大]

$x = \frac{2}{-1 + \sqrt{3}i}$ とするとき、 $x^{2015} + x = \square$ である。ただし、 i は虚数単位とする。

7 [2000 中部大]

複素数 z が、 $z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$ を満たすとき

- (1) z を極形式で表せ。
- (2) $z^{20} + \frac{1}{z^{20}}$ の値を求めよ。

8 [2017 東京都市大]

i を虚数単位とする。 $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + i} \right)^8 = a + bi$ を満たす実数 a 、 b を求めよ。

9 [2014 京都産業大]

複素数平面上の点 $P(3\sqrt{3} + i)$ を原点の周りに $\frac{\pi}{3}$ 回転した点を表す複素数を求めよ。

10

点 $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ を中心として、点 $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ を時計回りに $\frac{3}{4}\pi$ だけ回転させたときの点を表す複素数 γ を求めよ。

11 [2014 武蔵工業大]

複素数平面上の3点 $A(1+i)$ 、 $B(5-i)$ 、 $C(3+it)$ が $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ を満たすとき、実数 t の値を求めよ。

12 [2014 鈴鹿医療科学大]

2次方程式 $z^2 = 1 - \sqrt{3}i$ を解け。

13 [2014 静岡文化芸術大]

方程式 $z^4 = 8(-1 - \sqrt{3}i)$ を解け。

14

次の式を満たす点 $P(z)$ の軌跡を求めよ。

- (1) $|z-1| = |z-i|$
- (2) $|z-3| = 1$
- (3) $|z+2-i| \leq 2$
- (4) $|z+2| = 2|z-1|$

15

$\bar{z}z + \bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} + 1 \leq 0$ を満たす複素数 z が存在するような複素数 α の範囲を図示せよ。

16 [2014 宮城教育大]

a を実数の定数とする。複素数 z が $z\bar{z} - ai\bar{z} + aiz = 1$ を満たしながら動くとき、複素数平面上で z の表す点はどのような図形を描くか。ただし、 \bar{z} は z に共役な複素数を表す。

17 [2014 東京電機大]

$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right) \left(\bar{\alpha} + \frac{1}{\bar{\alpha}} \right) = 4$ であるとき、複素数 α の絶対値 $|\alpha|$ を求めよ。

18 [2014 千葉工業大]

複素数平面上において、3点 O 、 $5 - \sqrt{3}i$ 、 z が正三角形の頂点であるとき、 z を求めよ。

19 [2004 神戸薬科大]

複素数平面上で、虚部を正とする複素数 z の表す点が原点を中心とする半径1の円周上を動く。このとき、 $w = (1+i)z + 1$ の表す点の軌跡を複素数平面上にかけ。

20

複素数 z_1 、 z_2 、 z_3 について、 $z_1 + iz_2 = (1+i)z_3$ が成り立っている。

- (1) $\frac{z_2 - z_3}{z_1 - z_3}$ の絶対値と偏角を求めよ。
- (2) 3点 $A(z_1)$ 、 $B(z_2)$ 、 $C(z_3)$ を頂点とする $\triangle ABC$ はどのような三角形であるか。

21 [2014 神戸大]

互いに異なる3つの複素数 α 、 β 、 γ の間に、等式

$$\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3 = 8(\beta^3 - 3\beta^2\gamma + 3\beta\gamma^2 - \gamma^3)$$

が成り立つとする。

- (1) $\frac{\alpha - \beta}{\gamma - \beta}$ を求めよ。
- (2) 3点 $A(\alpha)$ 、 $B(\beta)$ 、 $C(\gamma)$ が同一直線上にないとき、それらを頂点とする三角形はどのような三角形か。

22 [2014 福岡大]

複素数平面上において、点 z が原点を中心とし、半径が2の円上を動くとする。

$w = \frac{2z-i}{z+i}$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 w は、どのような図形を描くか。
- (2) w の絶対値 $|w|$ の最大値を求めよ。

23 [2003 芝浦工業大]

複素数 z が $|z + 3 - 4i| = 2$ を満たすとき、 $|z|$ の最大値と最小値を求めよ。

24 [2001 東北学院大]

複素数 z に対して、 $w = \frac{2z+1}{z+1}$ によって複素数 w を対応させる。

- (1) $w = i$ のとき、 z を $a + bi$ (a 、 b は実数) の形で表せ。
- (2) z が複素数平面上の単位円を動くとき、 $w = x + yi$ の軌跡を x 、 y の方程式で表せ。

25 [2001 防衛大学校]

複素数平面上に3点 $A(\alpha)$ 、 $B(\beta)$ 、 $C(\gamma)$ がある。 $\frac{\alpha - \gamma}{\beta - \gamma} = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$ 、 $|\alpha - \gamma| = 4$ とするとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

26 [1997 福井工業大]

複素数平面上で点 z が円 $|z| = 1$ の上を動くとき、 $w = 4z + \frac{4}{z}$ を満たす点 w はどのような図形を描くか。

27 [2003 関西大]

複素数 $\alpha = 2 + i$ 、 $\beta = 5 + 3i$ に対して、 t が実軸上を動くとき、 $|\alpha - t| + |\beta - t|$ の最小値を求めよ。