

1 [2005 湘南工科大]

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n + 5}{7n^2 + n + 1}$ を求めよ。

2 [2017 東京都市大]

極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n-1} - 4^{n+1}}{2^{2n+3} + 3^{n+2}}$ を求めよ。

3 [2017 京都産業大]

$r < -1$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - r^{2n}}{(1 + r^n)^2} = \square$ である。

4 [2015 東京電機大]

極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 + 2 + 3 + \dots + n)^2}{n(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)}$ を求めよ。

5 [2014 京都産業大]

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 2} - \sqrt{n^2 - 3n + 2}) = \square$ である。

6 [2005 東京電機大]

極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 - 2n}}$ を求めよ。

7 [2004 名古屋市立大]

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{4 + \frac{1}{n}} - 2 \right)$ を求めよ。

8 [2007 駒澤大]

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{\pi}{n}$ を求めよ。

9 [2003 京都産業大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + 3 (n = 1, 2, \dots)$ によって定義されるとき、

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \square$ である。

10 [2006 関東学院大]

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。 $S_n = \frac{1}{3}a_n - n (n = 1, 2, 3, \dots)$

であるとき

(1) $a_1 = \square, a_{n+1} = \square a_n - \square$ である。

(2) 一般項 a_n を n で表せ。 (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

11 [2007 東京電機大]

$S_n = \sum_{k=1}^n \left(-\frac{1}{2}\right)^k$ を n を用いて表せ。また、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

12 [2005 湘南工科大]

初項が 3, 第 2 項が 2 の無限等比級数の和を求めよ。

13 [2004 湘南工科大]

次の無限級数の和を求めよ。

$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \dots + \frac{2}{n(n+1)} + \dots$

14 [2009 広島市立大]

無限等比級数 $\sum_{n=1}^{\infty} (3-2x)^n$ が収束するような実数 x の範囲と、そのときの和を求めよ。

15 [1998 中部大]

無限等比級数 $1 + x(x+2) + x^2(x+2)^2 + x^3(x+2)^3 + \dots$ が収束するような実数 x の値の範囲を求めよ。

16 [2008 愛媛大]

次の無限等比級数が収束するような実数 x の範囲を求めよ。また、収束するときの和を求めよ。

$1 - \frac{4}{3}x + \frac{16}{9}x^2 - \frac{64}{27}x^3 + \dots$

17 [2002 近畿大]

級数の和について

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} = \frac{\square}{\square}$

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{5^n} \cos n\pi = \frac{\square}{\square}$

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{7^n} \sin \frac{n\pi}{2} = \frac{\square}{\square}$

が成り立つ。

18 [2015 芝浦工業大]

無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$ の和は \square である。

19 [2014 鳥取大]

数列 $a_n = \frac{1}{n(n+1)(n+2)} (n = 1, 2, 3, \dots)$ について、次の問いに答えよ。

(1) すべての自然数 n に対して $\frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n(n+1)} + \frac{B}{(n+1)(n+2)}$ を満たす定数 A, B を求めよ。

(2) 第 n 項までの和 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。ただし n は自然数とする。

(3) 無限級数 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ の和を求めよ。

20 [2003 芝浦工業大]

$0 < x < 1$ に対して、 $\frac{1}{x} = 1 + h$ とおくと、 $h > 0$ である。二項定理を用いて、

$\frac{1}{x^n} > \frac{n(n-1)}{2} h^2 (n \geq 2)$ が示されるから、 $\lim_{n \rightarrow \infty} nx^n = \square$ である。したがって、

$S_n = 1 + 2x + \dots + nx^{n-1}$ とおくと、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \square$ である。

21 [2000 信州大]

数列 $\{a_n\}$ において、 $a_1 = 0, \{a_{n+1} - a_n\} (n = 1, 2, 3, \dots)$ は初項 1, 公比 $\frac{4}{5}$ の等比数列であるとする。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ を求めよ。

22 [1999 九州芸術工科大]

$a_n = 3n + 2 (n = 1, 2, 3, \dots)$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ がある。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ は等差数列であることを示し、初項と公差を求めよ。

(2) $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}} (n = 1, 2, 3, \dots)$ で与えられる数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。

(3) 無限級数

$\frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} + \dots$

の和を求めよ。

23 [2007 国士館大]

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{21x + 42}{x^2 + 7x + 10}$ を求めよ。

24 [2011 東京電機大]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 \frac{9x-1}{x+2} \text{ を求めよ。}$$

25 [2006 茨城大]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_2 (\sqrt{x^2+4x+1} - x) \text{ の値を求めよ。}$$

26 [2011 京都産業大]

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4} \text{ を求めよ。}$$

27 [2009 京都産業大]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-2x}}{x} \text{ の値は } \square \text{ である。}$$

28 [2008 摂南大]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left\{ \sqrt{1+2x} - \left(1+x - \frac{x^2}{2}\right) \right\} \text{ を求めよ。}$$

29 [2009 愛媛大]

$$\text{極限值 } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+3x+2} - 2\sqrt{x^2-x+1}) \text{ を求めよ。}$$

30 [2010 大阪工業大]

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+ax+b}{x+1} = -6 \text{ を満たす実数 } a, b \text{ を求めよ。}$$

31 [2009 東京電機大]

$$\text{極限值 } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-3}{x^2-5x+6} \text{ が有限の値となるような } a \text{ の値と、そのときの極限値を求めよ。}$$

32 [2017 愛媛大]

$$\lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{9-x^2}{\sqrt{(3-x)^2}} = \square \text{ である。}$$

33 [2014 神奈川大]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+3x+1} - \sqrt{x^2-1}) = \square \text{ である。}$$

34 [2017 東京都市大]

$$\text{極限值 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-\cos x)\sin x}{x^3} \text{ を求めよ。}$$

35 [2015 関西大]

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2\cos x)}{x - \frac{\pi}{2}} \text{ の値は } \square \text{ である。}$$

36 [2014 愛媛大]

$$\text{極限值 } \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta^3}{\tan \theta - \sin \theta} \text{ を求めよ。}$$

37 [2014 東京都市大]

$$\text{極限值 } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2+x-3x}}{1 - \frac{1}{x} \cos x} \text{ を求めよ。}$$

38 [2013 山梨大]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} \text{ を求めよ。}$$

39 [2012 明治大]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{32^x - 1}{8^x - 1} \text{ を求めよ。}$$

40 [2012 関西大]

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \theta}{\theta^2} = \square \text{ であるので、 } \lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos^3 \theta}{\theta^3} \tan \theta \right) = \square \text{ である。}$$

41 [2011 法政大]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} \text{ を求めよ。}$$

42 [2009 電気通信大]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2\sin x}{x \sin^2 x} \text{ を求めよ。}$$

43 [2008 東京電機大]

$$\text{極限值 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + \sin 4x}{\sin 3x + \sin 5x} \text{ を求めよ。}$$

44 [2006 大阪工業大]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 3\sin x}{2x + \sin x} \text{ をそれぞれ求めよ。}$$

45 [2005 関西大]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 4x} \text{ の値を求めよ。}$$

46 [2003 高知女子大]

次の極限を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \tan 2x$$

47 [2001 公立ほこだて未来大]

次の問いに答えよ。

(1) $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - x^{2n-1} + ax^2 + bx}{x^{2n} + 1}$ を求めよ。

(2) 上で定めた関数 $f(x)$ がすべての x について連続であるように、 a, b の値を定めよ。