

1 [2000 宇都宮大]

- (1) 「関数 $f(x)$ は $x=a$ において微分可能である」ことの定義を述べよ。
 (2) 関数 $f(x)$ が $x=a$ において微分可能ならば、 $f(x)$ は $x=a$ において連続であることを証明せよ。
 (3) (2)で証明した命題の逆は正しいか。正しければそれを証明し、正しくなければ反例をあげよ。

2 [2000 お茶の水女子大]

- (1) 実数全体で定義された関数 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ の定義を述べよ。
 (2) 関数 $f(x)$, $g(x)$ が微分可能であるとき、(1)に基づいて等式
$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
 が成り立つことを示せ。

3 [2002 防衛大学校]

- 関数 $f(x)$ は、 $x < 0$ のとき、 $f(x) = 0$ であり、 $x \geq 0$ のとき、 $f(x) = x^2$ である。このとき、次のうち正しいものはどれか。
 ① $f(x)$ は $x=0$ において連続でなく、微分可能でもない。
 ② $f(x)$ は $x=0$ において連続であるが、微分可能ではない。
 ③ $f(x)$ は $x=0$ において連続ではないが、微分可能である。
 ④ $f(x)$ は $x=0$ において連続であり、微分可能である。
 ⑤ 上のどれでもない。

4 [2002 津田塾大]

- (1) 関数 $f(x)$ が、点 $x=a$ で連続であることの定義を述べよ。
 (2) 関数 $f(x)$ が、点 $x=a$ で微分可能であることの定義を述べよ。
 (3)
$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ x & (x \geq 1) \\ ax^3 + bx^2 + cx + d & (0 < x < 1) \end{cases}$$
 とする。 $f(x)$ がすべての点で微分可能な関数となるように、実数 a, b, c, d を定めよ。

5 [2015 福島大]

- 次の関数を微分せよ。

$$y = \frac{(x-2)(x-3)}{x-1}$$

6 [2011 東京都大]

- 関数 $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ を微分せよ。

7 [2015 福島大]

- 関数 $y = \frac{(x-3)^3}{(x-1)(x-2)^2}$ を微分せよ。

8 [2003 琉球大]

- 関数 $y = x^2 \sin(3x+5)$ の導関数を求めよ。

9 [2014 芝浦工業大]

- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{e^x + e^{2x}} - e^x) = \square$ である。

10 [2007 防衛大学校]

- $\lim_{h \rightarrow 0} (1-2h)^{\frac{1}{h}}$ を求めよ。

11 [2012 防衛大学校]

- $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{t}{t+1}\right)^t$ を求めよ。

12 [2013 宮崎大]

- 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \frac{x}{e^x}$ (2) $y = \log \left(\frac{2 + \sin x}{2 - \sin x}\right)$

13 [2002 東京理科大]

- 次の関数を x について微分せよ。

(1) $y = \left(\frac{a}{b}\right)^x + \left(\frac{b}{x}\right)^a + \left(\frac{x}{a}\right)^b$ ($a > 0, b > 0$)

(2) $y = \frac{\cos x}{\sqrt{x}}$

14 [2013 茨城大]

- 関数 $f(x) = \log_a(ax)$ を微分せよ。ただし、 $a > 0$ かつ $a \neq 1$ とする。

15 [2013 甲南大]

- 関数 $y = x^x$ ($x > 0$) を微分せよ。

16 [2003 信州大]

- 関数 $f(x) = \log x$ について、 $f'(1) = 1$ である。

- これを用いて、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$ を求めよ。

17 [2003 北見工業大]

- $f(x) = 2^{\sin x}$ のとき、 $f'(x) = \square$ である。

18 [2015 宮崎大]

- 次の関数を微分せよ。

(ア) $y = \sin(\cos x)$ (イ) $y = \frac{e^{2x}}{x+1}$

19 [2014 広島市立大]

- 次の関数の導関数を求めよ。

(1) $y = \frac{x}{1+x^2}$ (2) $y = (x^2+2x)e^{-x}$

20 [2014 福島大]

- 関数 $y = \log(x^2+2x+1)$ を微分せよ。

21 [2014 甲南大]

- 次の関数を微分せよ。

(1) $f(t) = \frac{t^3}{(t+2)^2}$ (2) $f(\theta) = e^{-\sin \theta}$ (3) $f(x) = \frac{1 - \log x}{1 + \log x}$

22 [2012 宮崎大]

- 関数 $y = \sin^3(2x+1)$ を微分せよ。

23 [2012 東京都大]

- 関数 $f(x) = \sin(\log x)$ を微分せよ。ただし、 \log は自然対数とする。

24 [2012 福島大]

- 関数 $f(x) = e^{\sin x}$ を微分せよ。

25 [2010 関西大]

- 関数 $f(x) = x^{\log x}$ ($x > 0$) の導関数を求めよ。

26 [2006 駒澤大]

- 関数 $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ を微分せよ。

27 [2004 東京理科大]

- 次の関数の導関数を求めよ。

$y = \log \sqrt{1 + \cos^2 \frac{x}{2}}$

28 [2004 湘南工科大]

- (1) $f(x) = e^{x^2} \sin x$ のとき、 $f'(0)$ の値を求めよ。
 (2) $f(x) = \log(x^2+x+1)$ のとき、 $f'(2)$ の値を求めよ。
 (3) $f(x) = x + \sin 2x$ のとき、 $f'(0)$ の値を求めよ。

29 [2003 大阪工業大]

$f(x) = \frac{1}{\cos x + e^{-x}}$ の導関数を求めよ。

30 [2002 横浜市立大]

定数 a, b, c に対して $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ とする。すべての実数 x に対して $f'(x) = f(x) + xe^{-x}$ を満たすとき、 a, b, c を求めよ。

31 [2001 防衛大学校]

関数 $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ を微分せよ。

32 [2015 東京都大]

関数 $f(x) = xe^{-2x}$ に対し、 $f'(x)$ と $f''(x)$ を求めよ。

33 [2009 横浜市立大]

$y = e^{2x} \cos 2x + 1$ のとき、導関数 y' を求めよ。更に、 $y'' - 4y' + 8y$ を求めよ。

34 [2010 慶応義塾大]

どのような実数 c_1, c_2 に対しても関数 $f(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{5x}$ は関係式

$$f''(x) + \square f'(x) + \square f(x) = 0$$

を満たす。

35 [2009 埼玉大]

$f(x) = (e^x + e^{-x}) \sin x$ とおくと、 $f''(x) = 0$ となる x を求めよ。

36 [2006 弘前大]

関数 $y = \log(2x - 1)$ の第 n 次導関数を推定し、それが正しいことを数学的帰納法によって証明せよ。

37 [1998 東北学院大]

$x = \frac{t^2 - 1}{t^2 + 1}, y = \frac{2t}{t^2 + 1}$ のとき、 $\frac{dy}{dx}$ を x, y で表せ。

38 [2015 広島市立大]

x の関数 y が、 θ を媒介変数として次の式で表されるとき、 $\frac{dy}{dx}$ を θ の関数として表せ。

$$x = \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}, y = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

39 [2006 東京理科大]

x の関数 y が媒介変数 θ を用いて $x = 1 - \cos \theta, y = \theta - \sin \theta$ と表されているとき

(1) $\frac{dy}{dx}$ と $\frac{d^2y}{dx^2}$ をそれぞれ θ で表せ。

(2) $\tan \frac{\theta}{2} = 2$ のとき、 $\frac{dy}{dx}$ と $\frac{d^2y}{dx^2}$ の値をそれぞれ求めよ。

40 [2012 甲南大]

方程式 $3xy - 2x + 5y = 0$ で定められる x の関数 y について、 $\frac{dy}{dx} = \frac{2-3y}{3x+5}$ となることを示せ。

41 [2005 湘南工科大]

x と y の関係が $-6x^2 + 2y^2 = 1$ で与えられているとき、 $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。

42 [2008 広島市立大]

x について微分可能な関数 y が条件 $x \tan y = 1$ を満たしているとき、 $\frac{dy}{dx}$ を x で表せ。