$\boxed{1}$［2009 鳥取大］

曲線 C_1 : $y=xe^{-x}$ と曲線 C_2 : $y=2xe^{-2x}$ について，次の問いに答えよ。

(1) 曲線 C_1 と曲線 C_2 の交点の座標を求めよ。

(2) 曲線 C_1 と曲線 C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。

$\boxed{2}$［2009 三重大］

$f(x)=x\sin x+\cos x+1$ $(0\leqq x\leqq\pi)$ とする。

(1) $f(x)$ の導関数を求めよ。

(2) $f(x)$ の最大値，最小値を求めよ。

(3) $0\leqq x\leqq\pi$ の範囲で $y=f(x)$ のグラフと x 軸，y 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{3}$［2008 名城大］

関数 $f(x)=(2x^2-7x+5)e^x$ について，次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y=f(x)$ の増減を調べ，そのグラフをかけ。

(2) $y\leqq 0$ の部分で，曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。

$\boxed{4}$［2008 東京女子大］

座標平面上の曲線 $y=\log x$ の点 $(1,\ 0)$ における接線を ℓ とする。この曲線と直線 ℓ と直線 $x=e$ の囲む図形の面積 S を求めよ。ただし，e は自然対数の底である。

$\boxed{5}$［2007 兵庫医科大］

$0\leqq x\leqq\dfrac{4}{3}\pi$ の範囲で，2 つの曲線 $y=\cos x$，$y=\cos 2x$ によって囲まれる部分の面積を求めよ。

$\boxed{6}$［2004 名城大］

曲線 $y=\log x$ と x 軸および 2 直線 $x=a$，$x=a+1$ $(0<a<1)$ で囲まれる部分の面積を $S(a)$ とするとき，次の問いに答えよ.

(1) $S(a)$ を a の式で表せ.

(2) $S(a)$ を最小にする a の値を求めよ.

$\boxed{7}$［2001 筑波大］

曲線 $\begin{cases} x=t-\sin t \\ y=1-\cos t \end{cases}$ $(0\leqq t\leqq\pi)$ と x 軸および直線 $x=\pi$ とで囲まれる部分の面積 S を求めよ.

$\boxed{8}$［2014 大阪工業大］

r を正の定数とする。2 曲線 $y=r\sin x$，$y=\cos x$ $\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ の共有点の x 座標を α とし，この 2 曲線と y 軸で囲まれた図形の面積を S とする。

(1) 不定積分 $\displaystyle\int(\cos x-r\sin x)dx$ を求めよ。

(2) S を α と r の式で表せ。

(3) α を用いずに $\sin^2\alpha$ を r の式で表せ。

(4) (3) の結果を用いて S を r の式で表し，$S=\dfrac{1}{2}$ となるような r の値を求めよ。

$\boxed{9}$［2015 神奈川大］

関数 $f(x)=\sqrt{x}-x$ について，次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の導関数を求めよ。

(2) $f(x)$ の最大値を求めよ。

(3) 曲線 $y=f(x)$ と x 軸とで囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

$\boxed{10}$［2014 九州大］

関数 $f(x)=x-\sin x$ $\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ を考える。曲線 $y=f(x)$ の接線で傾きが $\dfrac{1}{2}$ となるものを ℓ とする。

(1) ℓ の方程式と接点の座標 $(a,\ b)$ を求めよ。

(2) a は (1) で求めたものとする。曲線 $y=f(x)$，直線 $x=a$，および x 軸で囲まれた領域を，x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

$\boxed{11}$［2009 防衛大学校］

曲線 $y=\sqrt{x}$，直線 $y=x-2$ および y 軸とで囲まれた図形を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ。

$\boxed{12}$［2001 中央大］

xy 平面において，曲線 $y=\log x$ $(1\leqq x\leqq e^2)$ と，x 軸，y 軸および直線 $y=2$ とで囲まれる図形 D を考える.

(1) 図形 D を y 軸の周りに回転してできる回転体の体積を求めよ.

(2) 図形 D を x 軸の周りに回転してできる回転体の体積を求めよ.

$\boxed{13}$［2008 広島大］

放物線 $y=x^2-1$ と直線 $y=3$ で囲まれる図形を考える。以下の問いに答えよ。

(1) この図形の面積 S を求めよ。

(2) この図形を y 軸の周りに回転させてできる回転体の体積 V_y を求めよ。

(3) この図形を x 軸の周りに回転させてできる回転体の体積 V_x を求めよ。

$\boxed{14}$［2007 京都大］

$y=xe^{1-x}$ と $y=x$ のグラフで囲まれた部分を x 軸の周りに回転してできる立体の体積を求めよ。

$\boxed{15}$［2003 大阪工業大］

曲線 C が媒介変数 t を用いて

$$x=\cos t,\quad y=2\sin^3 t$$

と表されているとき，次の問いに答えよ．ただし，$0\leqq t\leqq\dfrac{\pi}{2}$ とする.

(1) $\dfrac{dy}{dx}$ を t を用いて表せ.

(2) 曲線 C，x 軸および y 軸で囲まれる図形の面積を求めよ.

(3) (2) で考えた図形を y 軸の周りに 1 回転して得られる回転体の体積を求めよ.

$\boxed{16}$［2010 中央大］

空の容器に毎秒 $a\pi$ の割合で水を入れ始めた（a は正の定数)。この容器にたまる水の面は常に円をなしている。容器の底からの高さが h のとき水面の面積を $S(h)$ とおく。このとき以下の問いに答えよ。ただし，容器は十分大きく水はあふれないものとする。

(1) 水面の高さ h が H に達したときにたまっている水の量 $V(H)$ を，H と $S(h)$ を用いて表せ。

(2) 水を入れ始めてから t 秒後の水面の高さを $H(t)$ としたとき，$H'(t)$ は常に水面の面積 $S(H(t))$ に反比例すること，すなわち $H'(t)\cdot S(H(t))=k$（k は定数）となることを示し，k の値を求めよ。

高さ h での水面の半径を $r(h)$ とおく。以下では $r(h)=\dfrac{\log(h+1)}{\sqrt{h+1}}$ であるとする。

(3) (1) で定めた $V(H)$ を H を用いて表せ。

(4) (2) で定めた $H(t)$ を a と t を用いて表せ。

$\boxed{17}$［2004 摂南大］

数直線上を動く点 P の座標 x が時刻 t の関数として $x=12t-3t^2$ と表されるとき，点 P の時刻 $t=1$ のときの速度は ${}^{ア}\boxed{}$ であり，加速度は $-{}^{イ}\boxed{}$ である．また，点 P は時刻 $t={}^{ウ}\boxed{}$ のときに座標が $x={}^{エ}\boxed{}$ である点において運動の向きを変えるので，時刻 $t=0$ から $t=5$ までの間に動いた道のりは ${}^{オ}\boxed{}$ である.

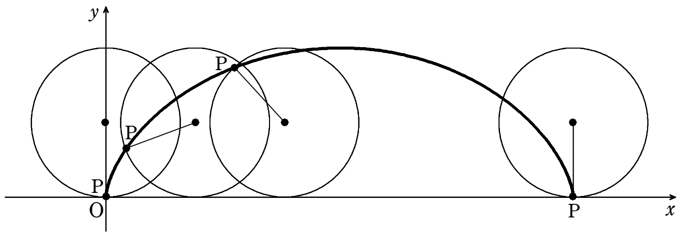
$\boxed{18}$［2006 芝浦工業大］

図のように，x 軸の上に原点 O で接するように半径 1 の円板を置く。この円板を，周囲が滑らないようにして，x 軸の正の方向に一定の速さで転がす。初めに原点 O と接していた点を P とする。

(1) 円板を時刻 $t=0$ で転がし始め，$t=2\pi$ でちょうど 1 回転させたとする。時刻 t における点 P の座標は $(x(t),\ y(t))=(t-\sin t,\ 1-\cos t)$ で表される。点 P の動く速さ $v(t)$ を t を用いて表せ。

(2) 点 P の動いた距離は，速さ $v(t)$ の時間 t に関する積分で表されることが知られている。円板がちょうど 1 回転する間に点 P が動いた距離を求めよ。

(3) 円板がちょうど 1 回転する間に点 P が描いた曲線と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。



$\boxed{19}$［2001 長崎大］

曲線 $y=\dfrac{1}{x+1}$ と x 軸および 2 直線 $x=k$，$x=2k$ (ただし，$k>0$) で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積を $V(k)$ とする．

(1) $V(k)$ を求めよ．

(2) $V(k)$ の最大値とそのときの k の値を求めよ．

$\boxed{20}$［2001 津田塾大］

(1) $y=e^x$ のグラフ上の点 $(a,\ e^a)$ (ただし，$0\leqq a\leqq 1$) における接線を l とする．x 軸と 3 直線 l，$x=0$，$x=1$ とで囲まれた図形を，x 軸の周りに回転させてできる回転体の体積 $V(a)$ を求めよ．

(2) $0\leqq a\leqq 1$ において，$V(a)$ を最大にする a の値，最小にする a の値をそれぞれ求めよ．ただし，$e=2.72$ としてよい．