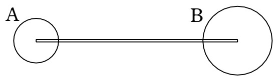
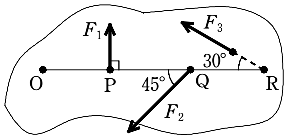
1 G重心①

長さ 30 cm の棒の両端 A，B にそれぞれ 200 g と 300 g のおもりをとりつけた。棒の重さを無視したとき，重心の位置はどこか。



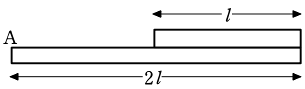
2 G力のモーメント①

右図に示すように，$F_1=3\,\mathrm{N}$，$F_2=6\,\mathrm{N}$，$F_3=4\,\mathrm{N}$ の力が物体にはたらいている。点 P，Q，R は O 点からそれぞれ 0.2 m，0.4 m，0.6 m の位置である。各力の O 点のまわりのモーメントを求めよ。



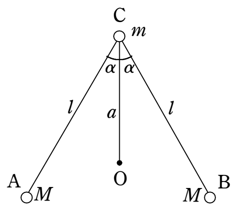
3 97はりあわせた棒の重心［1997 法政大］

単位長さ当たりの重さがともに a［kgw/m］で長さが l［m］および $2l$［m］の 2 本の一様な棒を図のようにはりあわせた。この棒の重心の位置は A 端からはかってどこにあるか。ただし，棒の太さは無視できるものとする。



4 98やじろべえの重心［1998 法政大］

同じ長さ l のまっすぐな 2 本の細い棒 CA とCB が，質量 m のおもり C のところで図のようにつながっていて，これら 2 本の棒の他端 A，B には質量 M のおもりがついている。またおもり C のところには，CA と CB によって作られる平面内で $\angle\mathrm{ACO}=\angle\mathrm{BCO}=\alpha$ となるように，長さ a の細い棒 CO がついている。そこでこの O 点で全体を安定に支えることができると，“やじろべえ”となる。これら 3 本の細い棒の質量を無視することができるとして，この“やじろべえ”の重心の位置を求めよ。



5 17棒のつりあい［2017 大分大］

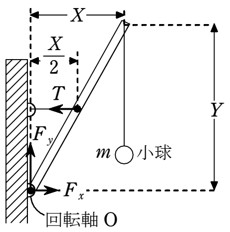
鉛直に立つ壁に固定した回転軸 O に棒を取りつけた。この棒の中点と壁をひもで水平につなぎ，さらに先端に質量 m の小球をひもでつるした。ここで，図のように棒が O から受ける力の水平成分の大きさを F_x，鉛直成分の大きさを F_y，水平に張ったひもの張力の大きさを T，図中に示す水平距離を X，鉛直距離を Y とするとき，次の問いに答えよ。

なお，棒とひもの質量は無視できるものとし，重力加速度の大きさを g とする。

(1) 棒が受ける水平，鉛直の各方向の力のつりあい条件を式で示せ。

(2) O まわりの棒が受ける力のモーメントのつりあい条件を式で示せ。

(3) 水平に張ったひもの張力の大きさ T を求めよ。



6 01棒のつりあい［2001 東京電機大］

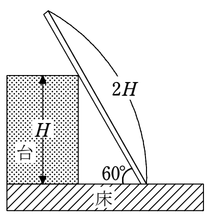
図のように，水平な摩擦のある床に高さ H の台が固定されている。この台に長さ $2H$，質量 M の一様な棒を立てかけたところ，床に対して 60° の角度をなして静止した。台と棒との間には摩擦はないものとし，重力加速度の大きさを g として，次の各問いに答えよ。

(1) 棒が台から受ける抗力はいくらか。

(2) 棒と床との間にはたらく摩擦力はいくらか。

(3) 棒が床から受ける垂直抗力はいくらか。

(4) 棒を角度 60° で静止させるためには，棒と床との間の静止摩擦係数はいくら以上でなければならないか。



7 03糸でつるした棒のつりあい［2003 センター物理ＩＢ(1997～2005)］

図 1 のように，長さ $2a$ の棒 AB を長さ $2a$ の糸 2 本で点 P からつり下げた。さらに AB の中点に質量 m のおもりをつり下げた。ただし，棒 AB と糸の質量は無視できるものとし，また重力加速度の大きさを g とする。

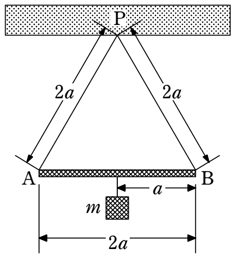


図 1

(1) A 端に取りつけた糸の張力の大きさはいくらか。正しいものを，次の ⓪～⑥ のうちから 1 つ選べ。$\boxed{1}$

① $\dfrac{mg}{2}$　② $\dfrac{mg}{\sqrt{3}}$　③ $\dfrac{mg}{\sqrt{2}}$

④ mg　⑤ $\dfrac{2}{\sqrt{3}}mg$　⑥ $2mg$

(2) おもりをつり下げる位置を B 端から x の距離の位置にしたところ棒が傾いたので，図 2 のように，B 端を水平方向に力 F で押して棒を水平に保った。F の大きさを表す式として正しいものを，次の ⓪～⑥ のうちから 1 つ選べ。ただし，$x>a$ とする。

$F=\boxed{2}$

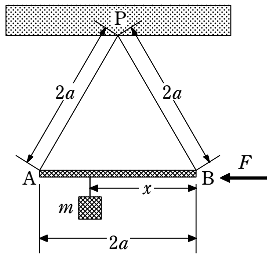


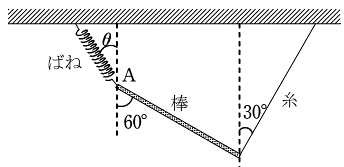
図 2

① $\dfrac{x}{2a}mg$　② $\dfrac{x}{\sqrt{3}\,a}mg$　③ $\dfrac{x}{a}mg$

④ $\dfrac{x-a}{2a}mg$　⑤ $\dfrac{x-a}{\sqrt{3}\,a}mg$　⑥ $\dfrac{x-a}{a}mg$

8 10天井からつるされた棒のつりあい［2010 群馬大］

質量 m［kg］，長さ L［m］の一様な棒の一方の端にばね定数 k［N/m］のばねを，もう一方の端に糸を取り付け，天井からつるしたところ，図のような状態で静止した。このときの力のつりあいについて，次の問いに答えよ。ただし，重力加速度の大きさを g［m/s^2］，糸の張力を T［N］，ばねの自然の長さからの伸びを x［m］とし，糸やばねの質量は無視できるものとする。



(1) 水平方向と鉛直方向のそれぞれについて，棒にはたらく力のつりあいの式を書け。

(2) 棒の端 A のまわりの力のモーメント M_{A}［N·m］と，重心のまわりの力のモーメント M_{G}［N·m］を表す式をそれぞれ書け。ただし，力のモーメントの符号は反時計まわりに回転させる場合を正にすること。

(3) 糸の張力 T，ばねの伸び x，および $\tan\theta$ を，m，g，k を用いて表せ。

(4) 棒の端 A に鉛直下向きの力 F［N］を加えて棒を水平にしたところ，ばねと糸の傾き(鉛直線となす角)がそれぞれ θ' と ϕ' になった。このとき，Fを m，g，θ'，ϕ' を用いて表せ。

9 G運動量と力積②

なめらかな水平面上を，質量 20 kg の物体が 6.0 m/s の速さで運動している。

(1) 物体の進行方向に 8.0 N の力を 5.0 秒間加えつづけると，物体の運動量はいくらになるか。また，物体の速さはいくらになるか。

(2) 物体の進行方向と逆向きに 8.0 N の力を 5.0 秒間加えつづけると，物体の運動量はいくらになるか。また，物体の速さはいくらになるか。

(3) 運動している物体を 4.0 秒間で静止させたい。物体に加える力の大きさと向きを答えよ。

$\boxed{10}$ 05振り子の衝突［2005 センター物理ＩＡ（1997～2006）］

同じ長さの２つの振り子の運動について考えよう。

(1) 図１において，２つの振り子の球Ａ，Ｂの質量は，いずれも m である。振り子の最下点からの高さが h のところで，静止している球Ｂに向けて球Ａをはなしたところ，速さ v で球Ｂに衝突した。衝突後，球Ａは静止し，球Ｂが速さ v で跳ね上げられた。球Ｂが跳ね上げられる最大の高さは，振り子の最下点からいくらか。正しいものを，下の ⓪～⑥ のうちから１つ選べ。$\boxed{\ 1\ }$

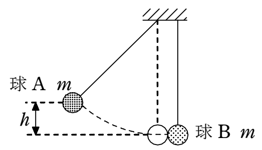


図１

① $\frac{1}{2}h$　② h　③ $\frac{3}{2}h$　④ $2h$　⑤ $\frac{5}{2}h$　⑥ $3h$

(2) 図２において，２つの振り子の球Ｂ，Ｃの質量は，それぞれ，m，$3m$ である。最下点から高さ h のところで，球Ｂ，Ｃをはなしたところ，ともに速さ v で最下点において衝突した。球Ｂは衝突直後速さ $2v$ で跳ね上げられた。衝突直後の球Ｃの速さはいくらか。正しいものを，下の ⓪～⑥ のうちから１つ選べ。$\boxed{\ 2\ }$

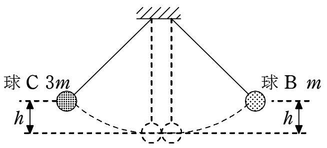


図２

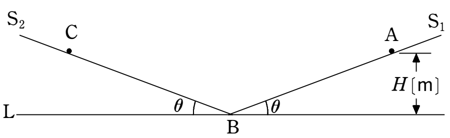
① 0　② $\frac{1}{3}v$　③ $\frac{2}{3}v$　④ v　⑤ $\frac{3}{2}v$　⑥ $2v$

(3) (2)において，球Ｂは，衝突後に初めの高さ h よりも高く跳ね上げられた。増加した球Ｂの位置エネルギーは，何から供給されたか。最も適当なものを，次の ⓪～④ のうちから１つ選べ。$\boxed{\ 3\ }$

① 図２の状態で手をはなす前に球Ｃがもっていた位置エネルギー
② 図２の状態で手をはなす前に球Ｃがもっていた運動エネルギー
③ 衝突の際に発生した熱エネルギー
④ 振り子の糸が球Ｂにした仕事

$\boxed{11}$ 98力積［1998 京都府立大］

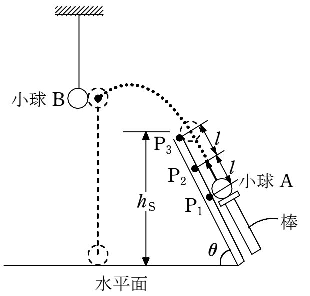
図のように，水平面Ｌに対して θ の傾斜角をもつ２つのあらい斜面 S_1，S_2 が向き合っている。斜面 S_1 上のＡ点に質量 M［kg］の小物体を静かに置いたところ，この小物体は斜面に沿ってすべり始めてＢ点に達し，Ｂ点の前後での速さを変えずに斜面 S_2 をすべり上がり，Ｃ点まで到達して折りかえした。水平面ＬからＡ点までの高さを H［m］とし，小物体と斜面 S_1，S_2 との間の動摩擦係数を μ，重力加速度の大きさを g［m/s²］として，以下の問いに答えよ。



(1) 小物体が斜面 S_1 上をすべり下りるときに，小物体に作用する斜面に沿う方向の動摩擦力の大きさを求めよ。また，このときの小物体の加速度の大きさを求めよ。
(2) 小物体がＡ点からＢ点に達するまでの時間を求めよ。
(3) 小物体のＢ点における速さを求めよ。
(4) Ｂ点において，小物体に作用する力積の大きさを求めよ。
(5) Ｃ点の水平面Ｌからの高さを求めよ。

$\boxed{12}$ 08斜方投射された小球と糸でつるされた小球の衝突［2008 佐賀大］

水平面からの角度が θ の斜面上において質量 m の小球Ａを点 P_1 から点 P_2 まで棒により加速度の大きさ a で等加速度直線運動させた。小球Ａは点 P_2 で棒から離れ，点 P_3 まですべったあと，斜面から飛び出した。その後，小球Ａは小球Ｂに弾性衝突したあと，真下に落下した。

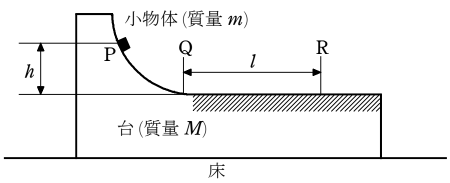


小球Ａは点 P_1 においては静止状態にあり，斜面との摩擦および空気抵抗は無視でき，小球Ａは回転しないものとする。また，重力加速度の大きさは g とし，すべての運動は同一平面内（すなわち図の紙面内）で起こるものとする。必要な位置や距離は図に示す通りである。

(1) 小球Ａが斜面を飛び出す際の点 P_3 での速さを求めよ。
(2) 小球Ａが斜面を飛び出してから最高点に達するまでの時間を求めよ。また，最高点の水平面からの高さを求めよ。
(3) 小球Ａは，軽くて伸びない糸でつるした質量 m の小球Ｂに弾性衝突したあと，真下に落下した。衝突直後の小球Ｂの速さを求めよ。ただし，糸はたるまないものとする。
(4) 衝突後の小球Ｂが到達する最高点の，もとの位置からの高さを求めよ。

$\boxed{13}$ 04台上の小物体の運動［2004 センター物理ＩＢ（1997～2005）］

下図のように，質量 M の台が水平な床の上に置かれている。この台の上面では，摩擦がない曲面と摩擦がある水平面が点Ｑで滑らかにつながっている。台の水平面から高さ h にある面上の点Ｐに質量 m の小物体を置き，静かに放す。ただし，空気による抵抗はなく，重力加速度の大きさを g とする。



(a) 台が床に固定されているとき，小物体は点Ｑまで滑り落ちたのち，点Ｑから距離 l だけ離れた点Ｒで止まった。ＱＲ間の水平面と小物体の間の動摩擦係数 μ' はいくらか。正しいものを，次の ⓪～⑥ のうちから１つ選べ。$\boxed{\ 1\ }$

① $\sqrt{\frac{h}{l}}$　② $\sqrt{\frac{l}{h}}$　③ $\frac{h}{l}$
④ $\frac{l}{h}$　⑤ $\frac{l+h}{l}$　⑥ $\frac{l+h}{h}$

(b) 次に，台が床の上で摩擦なく自由に動くことができるようにした。台が静止した状態で，点Ｐから同じ小物体を静かに放した。小物体が台上の点Ｑに達したときの，小物体の床に対する速度を v，台の床に対する速度を V とする。ただし，速度は右向きを正とする。このとき，v と V が満たすべき関係式はどれか。正しいものを，次の ⓪～⑧ のうちから２つ選べ。ただし，解答の順序は問わない。$\boxed{\ 2\ }\boxed{\ 3\ }$

① $mv+MV=0$　② $mv-MV=0$
③ $v+V=0$　④ $v-V=0$
⑤ $\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}MV^2$　⑥ $\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}MV^2=mgh$
⑦ $\frac{1}{2}mv^2=mgh$　⑧ $\frac{1}{2}MV^2=mgh$

(c) (b)と同様に台が床の上で摩擦なく自由に動く場合，小物体は，点Ｑを通り過ぎたのち，点Ｑからある距離だけ離れた位置で台に対して停止した。この時点における台の床に対する運動はどうなるか。正しいものを，次の ⓪～④ のうちから１つ選べ。
$\boxed{\ 4\ }$

① 小物体が停止しても，台は動くが，その進む方向は点Ｐの高さ h によって決まる。
② 小物体と台の間の摩擦力により，小物体が停止しても台は右向きに進む。
③ 小物体が曲面を下っている間は，台は小物体と反対方向に進むので，小物体が停止しても，慣性の法則により台は左向きに進む。
④ 小物体と台を合わせた全体には水平方向に外力がはたらかないため，運動量保存の法則により，小物体が停止すると台も停止する。

14 06床ではねかえるボール[2006 センター物理ⅠA(1997～2006)]

床との間の反発係数(はねかえり係数)が0.5のボールを，高さ8mのところから自由落下させた。ボールは床に衝突後，垂直にはね上がり再び落下し始めた。はね上がった高さの最大値は何mか。最も適当な数値を，次の①～⑥のうちから1つ選べ。ただし，空気の抵抗は無視できるものとする。　$\boxed{}$ m

①　0.5　　②　1　　③　2　　④　4　　⑤　8　　⑥　16

15 04弾性衝突と非弾性衝突[2004 センター物理ⅠA(1997～2006)]

立方体のまったく同じ積み木A，B，Cがある。滑らかな床にこの積み木を並べて遊んだ。

図1のように，静止した積み木Bに積み木Aをある速さで衝突させたところ，衝突の後，Aは静止し，BはAの初めの速さと同じ速さで動き出した。ただし，空気抵抗は無視できるものとする。

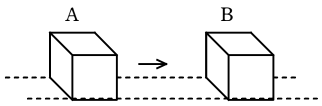


図1

(1)　下線部の衝突現象に最も関係の深い語句を，次の①～⑤のうちから1つ選べ。
$\boxed{1}$

①　等加速度運動　　②　万有引力　　③　力のつりあい
④　運動量の保存　　⑤　重力による位置エネルギー

(2)　次に，図2のように，積み木B，Cをわずかにすき間を空けて置き，積み木Aを速さv_0で左から衝突させたところ，AとBが衝突し，そのすぐ後にBとCが衝突した。その後の積み木のようすとして最も適当なものを，下の①～⑤のうちから1つ選べ。$\boxed{2}$

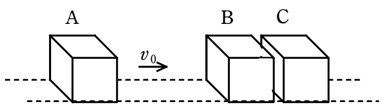


図2

	A	B	C
①	静　止	右へ速さ$\frac{1}{2}v_0$で動く	右へ速さ$\frac{1}{2}v_0$で動く
②	静　止	静　止	右へ速さv_0で動く
③	右へ速さ$\frac{1}{3}v_0$で動く	右へ速さ$\frac{1}{3}v_0$で動く	右へ速さ$\frac{1}{3}v_0$で動く
④	左へ速さv_0で動く	静　止	右へ速さ$2v_0$で動く
⑤	左へ速さv_0で動く	右へ速さv_0で動く	右へ速さv_0で動く

(3)　また，図3のように，静止した積み木Bに厚紙をはり付けて積み木Aを速さv_0で衝突させた。衝突の後，積み木Aはv_0の$\frac{1}{3}$の速さで右へ動いた。このとき，積み木Bの速さは，v_0の何倍か。最も適当なものを，下の①～⑧のうちから1つ選べ。ただし，厚紙の質量は無視できるものとする。$\boxed{3}$倍

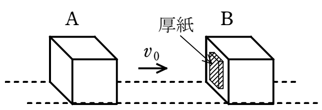


図3

①　0　　②　$\frac{1}{3}$　　③　$\frac{1}{2}$　　④　$\frac{2}{3}$
⑤　1　　⑥　$\frac{3}{2}$　　⑦　2　　⑧　3

16 03分裂するトロッコの運動[2003 センター物理ⅠA(1997～2006)]

1台の質量が150kgのトロッコを2台つなぎ，質量50kgのBさんが先頭のトロッコに乗り，水平でまっすぐな線路を20km/hの速さで走っている。途中で連結を解除し，Bさんは後ろのトロッコを後方に向かって蹴(け)り離した。その結果，Bさんの乗ったトロッコの速さは23km/hになった。このとき，切り離されたトロッコの速さは$\boxed{1}$km/hである。また，切り離されたトロッコのBさんから見た相対速度は$\boxed{2}$km/hになる。ただし，Bさんの乗ったトロッコの進む向きを速度の正の向きにとることにする。

問　上の文章中の空欄$\boxed{1}$・$\boxed{2}$に入れるのに最も適当な数値を，次の①～⓪のうちから1つずつ選べ。ただし，同じものをくり返し選んでもよい。

①　−7　　②　−6　　③　−3　　④　3　　⑤　6
⑥　7　　⑦　16　　⑧　17　　⑨　19　　⓪　20

17 01運動についての法則[2001 センター物理ⅠA(1997～2006)]

日常生活で経験する運動について考えよう。

(1)　静止したボートから人が岸に飛び移るとき，ボートは人と逆向きに動き出す。
このことと最も関係の深い法則を，次の①～④のうちから1つ選べ。$\boxed{1}$

①　慣性の法則(運動の第1法則)
②　運動の法則(運動の第2法則)
③　運動量保存の法則
④　エネルギー保存の法則

(2)　動いているバスが急停車すると，乗っている人は進んでいた向きに倒れそうになる。
このことと最も関係がうすいものを，次の①～④のうちから1つ選べ。$\boxed{2}$

①　自転車で坂道を下るとき，ブレーキをかけないと速さが大きくなる。
②　ドライアイス片が水平でなめらかな面上をすべり続ける。
③　だるま落としでは，打たれた部分のみが横に飛び出す。
④　ぬれた雨傘の先で地面をたたくと，水滴が落ちる。

18 17２物体の衝突[2017 センター物理（2015～　　）]

なめらかな水平面上にx軸とy軸をとる。図1のように，質量mの小球Aがx軸の正の向きに速さvで，質量Mの小球Bがx軸の負の向きに速さVで進んでいた。そのとき$mv=MV$が成りたっていた。

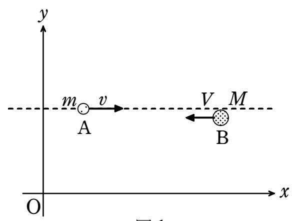


図1

(1)　小球AとBの運動エネルギーE_A，E_Bの比$\frac{E_A}{E_B}$を表す式として正しいものを，次の①～⑦のうちから1つ選べ。$\frac{E_A}{E_B}=\boxed{1}$

①　$\frac{m}{M}$　　②　$\frac{m^2}{M^2}$　　③　$\sqrt{\frac{m}{M}}$
④　$\frac{M}{m}$　　⑤　$\frac{M^2}{m^2}$　　⑥　$\sqrt{\frac{M}{m}}$　　⑦　1

その後，小球AとBは衝突し，図2のように，小球Aはx軸と角度θをなす向きに速さuで進んで行った。

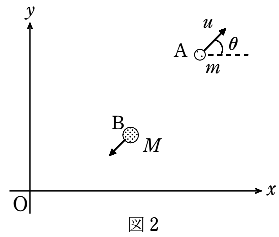


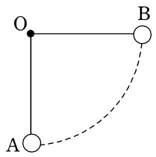
図2

(2)　衝突後の，小球Bの速度のy成分の大きさを表す式として正しいものを，次の①～⑥のうちから1つ選べ。$\boxed{2}$

①　$\frac{m}{M}u\sin\theta$　　②　$u\sin\theta$　　③　$\frac{M}{m}u\sin\theta$
④　$\frac{m}{2M}u\sin\theta$　　⑤　$\sqrt{\frac{m}{M}}u\sin\theta$　　⑥　$\sqrt{\frac{m}{2M}}u\sin\theta$

19 17つり下げられた２物体の衝突［2017 愛知工業大］

図のように，軽くて伸びない長さ l の２本の糸の一端に同じ質量の小物体 A，B をつけ，他端を点 O に固定した。A は鉛直につり下げ，B は水平に糸が張るように手で支えた。手を静かにはなすと，B は A に衝突し，A は衝突した位置から $\dfrac{l}{2}$ の高さまで上昇した。重力加速度の大きさを g として，次の問いに答えよ。



(1)　A と B が衝突した直後の A の速さはいくらか。答えを次の解答群から１つ選べ。

①　$\dfrac{\sqrt{gl}}{2}$　　②　$\sqrt{\dfrac{gl}{2}}$　　③　$\sqrt{gl}$　　④　$\sqrt{2gl}$　　⑤　$2\sqrt{gl}$

(2)　A と B が衝突した直後の A の加速度の大きさはいくらか。答えを次の解答群から１つ選べ。

①　$\dfrac{g}{2}$　　②　$\dfrac{g}{\sqrt{2}}$　　③　g　　④　$\sqrt{2}g$　　⑤　$2g$

(3)　A と B が衝突した後，衝突した位置から B が上昇する高さはいくらか。答えを次の解答群から１つ選べ。

①　$\dfrac{l}{2}$　　②　$\dfrac{l}{\sqrt{2}}$　　③　$(\sqrt{2}-1)l$

④　$(3-2\sqrt{2})l$　　⑤　$\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}l$　　⑥　$\dfrac{3-2\sqrt{2}}{2}l$

(4)　A と B の間の反発係数はいくらか。答えを次の解答群から１つ選べ。

①　$\dfrac{1}{2}$　　②　$\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$　　③　$\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$

④　$\sqrt{2}-1$　　⑤　$2-\sqrt{2}$　　⑥　1

20 15ｘｙ平面内での２球の衝突［2015 学習院大］

大きさの無視できる質量 m の球 A と質量 M の球 B がある。球 A を球 B に衝突させた際の運動について考える。２つの球は常に xy 平面内にあるとする。

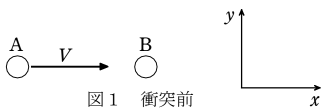


図１　衝突前

図１のように，静止している B に，x 軸にそって速さ V で A を衝突させた。衝突後の A と B の運動方向と x 軸のなす角の大きさは，図２のようにそれぞれ α と β であった（$0<\alpha<90^\circ$，$0<\beta<90^\circ$）。次の問いに答えよ。

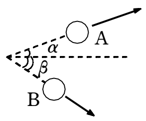


図２　衝突後

衝突後の A の速さを V_A，衝突後の B の速さを V_B とする。A と B の衝突は必ずしも弾性衝突とは限らない。

(1)　衝突後のAとBの運動量の y 軸方向成分はそれぞれいくらか。この結果を用いて V_B を m，M，α，β，V_A で表せ。

(2)　xy 平面内で衝突後の B の速度に垂直な方向に y' 軸をとる。A の衝突前の運動量の y' 軸方向の成分を m，β，V で表せ。

(3)　A の衝突後の運動量の y' 軸方向の成分を m，α，β，V_A で表せ。

(4)　V_A を α，β，V で表せ。

(5)　(1)と(4)の結果を用いて V_B を m，M，α，β，V で表せ。

(6)　衝突後の A と B の運動エネルギーはそれぞれいくらか。m，M，α，β，V で表せ。

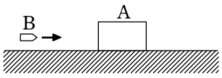
以下，A と B は弾性衝突をしたとする。

(7)　$\dfrac{m}{M}$ を α と β だけで表せ。

(8)　$\alpha+\beta=90^\circ$ になる $\dfrac{m}{M}$ を求めよ。

21 07運動量の保存と力学的エネルギー［2007 福岡大］

図のように，質量 M の物体 A が，あらい水平面上に静止している。左から質量 m の弾丸 B が速さ u_0 で水平に飛んできて，A に瞬間的につきささり，A と B は一体となって右向きに速さ V で動きだした。重力加速度の大きさを g，物体 A と水平面との間の動摩擦係数を μ として，次の問いに答えよ。



(1)　弾丸 B が最初にもっていた運動エネルギーはいくらか。

(2)　運動量保存則から速さ V を求め，M，m，u_0 を用いて表せ。

(3)　弾丸が物体につきささったことで失われた力学的エネルギーを，M，m，u_0 を用いて表せ。

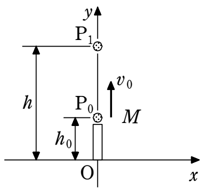
(4)　(3)で失われた力学的エネルギーはどんな形のエネルギーに変化したと考えられるか，文章で答えよ。

(5)　B と一体となった A にはたらく動摩擦力の大きさを，M，m，μ，g を用いて表せ。

(6)　B と一体となった A は，距離 s だけ動いて止まった。s を V，μ，g を用いて表せ。

22 07小球の分裂と放物運動［2007 大同工業大］

図のように，点 P_0 から質量 M の小球を速さ v_0 で真上に打ち上げる。水平面上の点 O から点 P_0 までの高さを h_0 とする。ここで，重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗を無視する。また，点 O を原点とし，水平面上に x 軸をとり，鉛直上向きに y 軸をとる。水平面を重力による位置エネルギーの基準とする。次の問いに答えよ。



［A］　小球は，水平面からの高さ h で最高点 P_1 に到達した。

(1)　打ち上げた瞬間の小球の運動エネルギー K_0 を M，v_0 で表せ。また，打ち上げた瞬間の重力による位置エネルギー U_0 を h_0，M，g で表せ。

(2)　最高点での力学的エネルギー E を M，g，h で表せ。

(3)　小球に対する力学的エネルギー保存則を K_0，U_0，E の式で表せ。

(4)　初速 v_0 を g，h_0，h で表せ。

(5)　小球を打ち上げた瞬間から最高点に到達するまでの時間 t_0 を h_0，g，h で表せ。

［B］　小球が点 P_1 に到達した直後，小球は爆発して，質量 m_1 の部分 a_1 と質量 m_2 の部分 a_2 の２つに分裂した。分裂した直後，a_1，a_2 の速度の向きは x 軸にそった方向であった。その後，a_1 は x 軸の正の領域で，a_2 は x 軸の負の領域で放物運動をした。分裂した直後の a_1，a_2 の速さをそれぞれ v_1，v_2 とし，$m_1+m_2=M$ とする。

(6)　分裂した瞬間に爆発により発生したエネルギー Q のすべては，a_1 と a_2 の力学的エネルギーに変化した。Q を m_1，m_2，v_1，v_2 で表せ。

(7)　分裂の直前と直後に対する運動量保存則を m_1，m_2，v_1，v_2 の式で表せ。

(8)　速さ v_1，v_2 を m_1，m_2，Q で表せ。

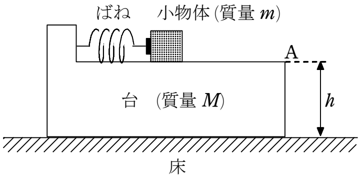
(9)　小球が分裂した瞬間から a_1，a_2 が x 軸に到達するまでの時間をそれぞれ t_1，t_2 とする。t_1，t_2 を g，h で表せ。

(10)　原点 O から a_1，a_2 の x 軸への到達点までの距離をそれぞれ L_1，L_2 とする。(7)の結果を用いて，L_1 と L_2 の比 $\dfrac{L_1}{L_2}$ を m_1，m_2 で表せ。

(11)　質量 m_1，m_2 を M，L_1，L_2 で表せ。

23 05力学的エネルギー保存と運動量保存[2005 センター物理ＩＢ(1997～2005)]

図のように，質量 M，高さ h の台が水平な床の上に置かれている。このとき，台の上面は水平である。台の左端にはばね定数 k の短いばねの一端が固定されている。ばねを自然長から l だけ縮めて，その右端に質量 m の小物体を置く。はじめ，台と小物体は静止しているものとする。ただし，床および台の上面はなめらかで，ばねの質量は無視できるものとし，重力加速度の大きさを g とする。



(1) 台を床に固定し，小物体を静かに離した。小物体がばねから離れ，台の端 A を通過した。そのときの速さ v_0 はいくらか。正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。$v_0 =$ $\boxed{1}$

① $l\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$　② $2l\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　③ $l\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　④ $l\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$

⑤ $2l\sqrt{\dfrac{k}{m}}$　⑥ $l\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

(2) 速さ v_0 で A を通過した小物体は床に衝突した。衝突直前の速さはいくらか。正しいものを，次の ①～④ のうちから 1 つ選べ。$\boxed{2}$

① $\sqrt{v_0^2+gh}$　② $\sqrt{v_0^2+2gh}$　③ $\sqrt{2v_0^2+gh}$　④ $2\sqrt{v_0^2+2gh}$

(3) 次に，台を床に固定せず，図と同じ状態から小物体を静かに離すと，台と小物体は同時に動き始めた。小物体が A を通過するとき，床に対する小物体の速度を v，床に対する台の速度を V とすると，V は v を用いてどのように表されるか。正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。ただし，図中の右向きを正とする。$V =$ $\boxed{3}$

① $\dfrac{M}{m}v$　② $-\dfrac{M}{m}v$　③ $\dfrac{m}{M}v$　④ $-\dfrac{m}{M}v$　⑤ $\dfrac{Mh}{ml}v$

⑥ $-\dfrac{Mh}{ml}v$

24 03斜面上を運動する物体[2003 センター物理ＩＢ(1997～2005)]

図1のように，斜面 S_0，S_1 と水平な床がなめらかにつながっている。斜面 S_0 および床は摩擦のない面であり，斜面 S_1 は粗い面である。床から高さ h の斜面 S_0 上の点 P より，質量 m の小物体 A を斜面にそって下方に速さ v_0 で打ち出したところ，床に置かれた質量 M の小物体 B に衝突した。ただし，斜面 S_1 の水平面からの角度を θ とし，重力加速度の大きさは g とする。また，斜面 S_1 と小物体 B の間の動摩擦係数を μ' とする。

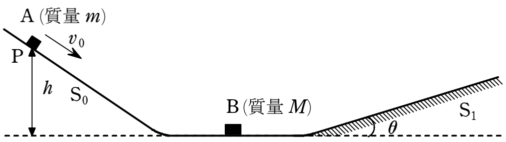


図1

(1) 小物体 B に衝突する直前の小物体 A の速さ v_1 はどれだけか。正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。$v_1 =$ $\boxed{1}$

① $v_0+\sqrt{gh}$　② $\sqrt{v_0^2-gh}$　③ $\sqrt{v_0^2-2gh}$

④ $v_0+\sqrt{2gh}$　⑤ $\sqrt{v_0^2+gh}$　⑥ $\sqrt{v_0^2+2gh}$

(2) 小物体 A は小物体 B に衝突した直後に静止した。衝突直後の小物体 B の速さ v_2 はどれだけか。正しいものを，次の ①～⑤ のうちから 1 つ選べ。$v_2 =$ $\boxed{2}$

① $\dfrac{M}{m}v_1$　② $\sqrt{\dfrac{M}{m}}\,v_1$　③ v_1

④ $\dfrac{m}{M}v_1$　⑤ $\sqrt{\dfrac{m}{M}}\,v_1$

(3) 図2のように，小物体 B は斜面 S_1 をのぼり，点 Q において速さが 0 になった。点 Q の床からの高さはいくらか。正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。

$\boxed{3}$

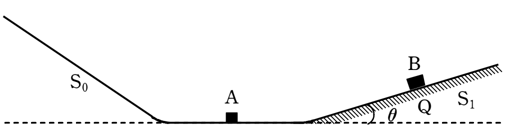


図2

① $\dfrac{v_2^2}{2g(\sin\theta+\mu'\cos\theta)}$　② $\dfrac{v_2^2}{2g(\cos\theta+\mu'\sin\theta)}$

③ $\dfrac{v_2^2\cos\theta}{2g(\sin\theta+\mu'\cos\theta)}$　④ $\dfrac{v_2^2\cos\theta}{2g(\cos\theta+\mu'\sin\theta)}$

⑤ $\dfrac{v_2^2\sin\theta}{2g(\sin\theta+\mu'\cos\theta)}$　⑥ $\dfrac{v_2^2\sin\theta}{2g(\cos\theta+\mu'\sin\theta)}$

25 02衝突して台から飛び出す物体[2002 センター物理ＩＢ(1997～2005)]

図1のように，水平な床に固定された高さ h の台がある。台の上面は水平で，PQ 間以外はなめらかである。今，台の上面を大きさ v_0 の一定速度で進んできた質量 M の物体 A が PQ 間を通過し，点 R に静止していた質量 m の小球 B に完全弾性衝突した。PQ 間の距離を l，そこでの物体 A と台との間の動摩擦係数を μ'，重力加速度の大きさを g として，下の問い (1)～(5) に答えよ。

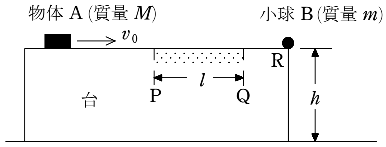
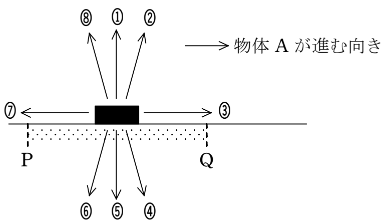


図1

(1) PQ 間で物体 A にはたらいている力の合力の向きとして，最も適当なものを，次の ①～⑧ のうちから 1 つ選べ。$\boxed{1}$



(2) PQ 間を通過した直後の物体 A の速度の大きさ v_A はいくらか。正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。$v_A =$ $\boxed{2}$

① $v_0-\sqrt{\mu' gl}$　② $v_0-\sqrt{2\mu' gl}$　③ $\sqrt{v_0^2+\mu' gl}$

④ $\sqrt{v_0^2+2\mu' gl}$　⑤ $\sqrt{v_0^2-\mu' gl}$　⑥ $\sqrt{v_0^2-2\mu' gl}$

(3) 衝突直後の小球 B の速度の大きさ v_B は，v_A を用いてどのように表されるか。正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。$v_B =$ $\boxed{3}$

① $\dfrac{2mv_A}{M+m}$　② $\dfrac{2Mv_A}{M+m}$　③ $\dfrac{2(M-m)v_A}{M+m}$

④ $\dfrac{mv_A}{M+m}$　⑤ $\dfrac{Mv_A}{M+m}$　⑥ $\dfrac{(M-m)v_A}{M+m}$

(4) 衝突後，小球 B は図2のように台から大きさ v_B の速度で水平に飛び出した。小球 B が床面の点 S に衝突する直前の速度の大きさとして正しいものを，下の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。$\boxed{4}$

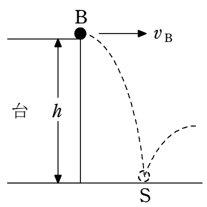


図2

① $v_B+\sqrt{gh}$　② $\sqrt{gh}$　③ $\sqrt{v_B^2+gh}$

④ $v_B+\sqrt{2gh}$　⑤ $\sqrt{2gh}$　⑥ $\sqrt{v_B^2+2gh}$

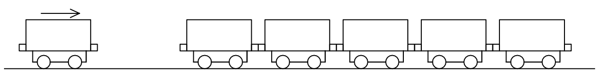
(5) 小球 B が点 S に衝突する直前の速度の鉛直成分の大きさを v_C とする。点 S で衝突しはねかえった直後の小球 B の速度の大きさとして正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。ただし，床はなめらかで，小球 B と床とのはねかえり係数を e とする。$\boxed{5}$

① $\sqrt{e^2v_B^2+v_C^2}$　② $e\sqrt{v_B^2+v_C^2}$　③ $\sqrt{v_B^2+e^2v_C^2}$

④ $\sqrt{ev_B^2+v_C^2}$　⑤ $\sqrt{e(v_B^2+v_C^2)}$　⑥ $\sqrt{v_B^2+ev_C^2}$

26 01台車どうしの衝突[2001 センター物理ＩＡ(1997～2006)]

図のように，左から1台の台車が，互いに接する5台の静止した台車に速さ v で衝突した。台車はすべて同種で質量が等しい。また，台車と線路の間の摩擦は無視できるものとする。



(1) 静止している5台の台車が連結器でつながれている場合，衝突後，5台と1台が連結して全体が一体となって運動するとすれば，衝突後の速さはいくらになるか。最も適当なものを，次の ①～⑥ のうちから1つ選べ。$\boxed{\ 1\ }$

① $\sqrt{\dfrac{5}{6}}v$　② $\sqrt{\dfrac{1}{5}}v$　③ $\sqrt{\dfrac{1}{6}}v$

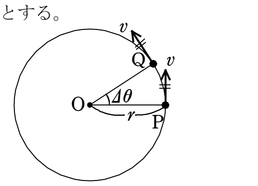
④ $\dfrac{5}{6}v$　⑤ $\dfrac{1}{5}v$　⑥ $\dfrac{1}{6}v$

(2) 静止している5台の台車が互いにつながれていない場合，衝突後，一番右端の台車が速さ v で右へ走り出した。衝突した台車と残り4台の台車の，衝突後の運動の様子として最も適当なものを，次の ①～⑤ のうちから1つ選べ。$\boxed{\ 2\ }$

① 衝突した台車は静止し，残り4台の台車も静止したままである。
② 衝突した台車は静止し，残り4台の台車は右へ走り出す。
③ 衝突した台車も，残り4台の台車も右へ走り出す。
④ 衝突した台車は左へ，残り4台の台車は右へ走り出す。
⑤ 衝突した台車は左へ走り出し，残り4台の台車は静止したままである。

27 G等速円運動②

半径 r[m]の円周上を速さ v[m/s]で等速円運動している物体がある。物体がPからQへ動くのに要した時間を Δt[s]，∠QOPを $\Delta\theta$[rad]とする。



(1) 物体の角速度はいくらか。

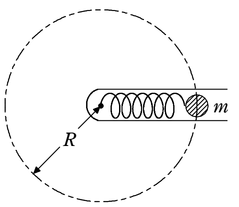
(2) 弧 $\overset{\frown}{PQ}$ の長さはいくらか。

(3) 物体の速さ v を r，$\Delta\theta$，Δt を用いて表せ。

(4) 物体がPからQへ動くときの速度の変化 Δv[m/s]と加速度の大きさ a[m/s^2]を v，$\Delta\theta$，Δt を用いて表せ。ただし，$\Delta\theta$ は十分小さいものとする。また，x が十分小さいとき $\sin x \fallingdotseq x$ となる。

28 94等速円運動[1994 東北工業大]

ばね定数 k のつる巻きばねの一端を回転軸に固定し，他端に質量 m のおもりを取りつける。ばねが曲がらないように，ばねとおもりはなめらかな管に入れてある。この管ごと，ばねとおもりを水平面内で等速回転させたところ，ばねは自然長より Δl だけ伸び，おもりは半径 R の円軌道上を等速円運動した。ばねの質量は無視できるものとする。



(1) おもりの向心加速度の大きさ α はいくらか。

(2) おもりの速度の大きさはいくらか（(1)の加速度の大きさを α とする）。

(3) 回転の角速度の大きさはいくらか（(1)の加速度の大きさを α とする）。

(4) 回転の周期はいくらか（(1)の加速度の大きさを α とする）。

29 17円錐の内面上での小球の運動[2017 センター物理（2015～　）]

図1のように，十分大きくなめらかな円錐(えんすい)面が，中心軸を鉛直に，頂点Oを下にして置かれている。大きさの無視できる質量 m の小物体が円錐面上を運動する。頂点Oにおいて円錐面と中心軸のなす角度を θ とし，重力加速度の大きさを g とする。

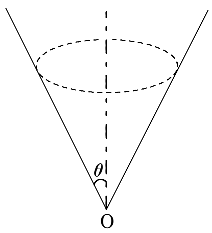


図　1

(1) 図2のように，頂点Oから距離 l の位置に小物体を置き，静かに放した。小物体が頂点Oに到達するまでの時間を表す式として正しいものを，下の ①～⑧ のうちから1つ選べ。$\boxed{\ 1\ }$

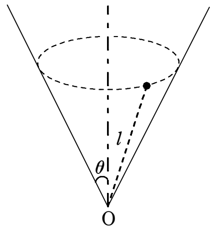


図　2

① $\dfrac{l}{g}$　② $\dfrac{l}{g}\tan\theta$　③ $\dfrac{l}{g\cos\theta}$　④ $\dfrac{l}{g\sin\theta}$

⑤ $\sqrt{\dfrac{2l}{g}}$　⑥ $\sqrt{\dfrac{2l}{g}\tan\theta}$　⑦ $\sqrt{\dfrac{2l}{g\cos\theta}}$　⑧ $\sqrt{\dfrac{2l}{g\sin\theta}}$

(2) 次に，図3のように，大きさ v_0 の初速度を水平方向に与えると，小物体は等速円運動をした。その半径 a を表す式として正しいものを，下の ①～⑧ のうちから1つ選べ。$a = \boxed{\ 2\ }$

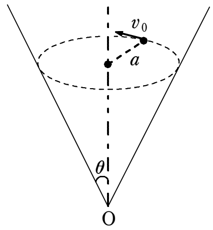


図　3

① $\dfrac{g\sin\theta}{{v_0}^2}$　② $\dfrac{g\cos\theta}{{v_0}^2}$　③ $\dfrac{g}{{v_0}^2\tan\theta}$　④ $\dfrac{g\sin\theta\cos\theta}{{v_0}^2}$

⑤ $\dfrac{{v_0}^2}{g\sin\theta}$　⑥ $\dfrac{{v_0}^2}{g\cos\theta}$　⑦ $\dfrac{{v_0}^2\tan\theta}{g}$　⑧ $\dfrac{{v_0}^2}{g\sin\theta\cos\theta}$

(3) 次に，図4のように，頂点Oから距離 l_1 の点Aで，大きさ v_1 の初速度を与えたところ，小物体は円錐面にそって運動し，頂点Oから距離 l_2 の点Bを通過した。点Bにおける小物体の速さを表す式として正しいものを，下の ①～⑨ のうちから1つ選べ。$\boxed{\ 3\ }$

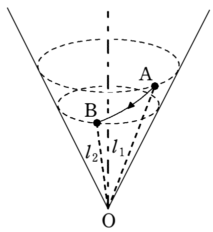


図　4

① $\sqrt{2g(l_1-l_2)}$　② $\sqrt{{v_1}^2+2g(l_1-l_2)}$

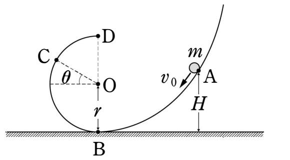
③ $\sqrt{2g(l_1-l_2)\cos\theta}$　④ $\sqrt{{v_1}^2+2g(l_1-l_2)\cos\theta}$

⑤ $\sqrt{2g(l_1-l_2)\sin\theta}$　⑥ $\sqrt{{v_1}^2+2g(l_1-l_2)\sin\theta}$

⑦ v_1　⑧ $v_1\cos\theta$

⑨ $v_1\sin\theta$

30 17鉛直面内の円運動［2017 神奈川大］

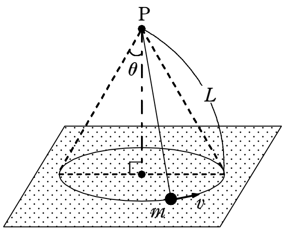


1つの鉛直面内にあるなめらかなレールが水平面上に固定され，その上を質量 m の小球が運動する。レールの BD 間は円の中心を O とした半径 r の半円形であり，レール上の位置 C は OC と水平面のなす角が θ の位置にある $\left(0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$。小球は水平面からの高さ H の位置 A から，斜め下向きに初速 v_0 で運動を開始する。重力加速度の大きさを g として，次の問いについて答えよ。

(1) 小球が C に到達したとする。
 (a) C における小球の速さ v を求めよ。
 (b) C で小球にはたらく遠心力の大きさを v を用いて表せ。
 (c) C で小球にはたらくレールからの垂直抗力の大きさを m，r，θ，g，v で表せ。

(2) 小球がレール上から離れないで D に到達するための条件を求める。
 (a) $v_0=0$ の場合，小球が D に到達するために H が満たすべき条件を求めよ。
 (b) $v_0\neq0$ の場合，小球が D に到達するために v_0 が満たすべき条件を求めよ。ただし，H は(2)(a)の条件を満たしていない大きさであるとする。

31 14円錐振り子［2014 岡山大］



図のように，エレベーターの天井の点 P から長さ L の糸でつり下げられた大きさの無視できる質量 m の小球が，なめらかな水平の床の上で等速円運動している。糸はたるまず，糸と鉛直線のなす角 θ は一定で，糸の質量は無視できるとする。小球の速さを v，重力加速度の大きさを g とするとき次の問いに答えよ。

(1) エレベーターが静止しているとき，小球にはたらく向心力の大きさを求めよ。

(2) このときの糸の張力の大きさ，および小球が床から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

(3) エレベーターが静止している状態で小球の速さ v をゆっくり増加させたとき，小球が床を離れた。小球が床を離れる瞬間の小球の速さ v_1 を求めよ。また，このときの糸の張力の大きさを求めよ。

次に，この実験を加速度の大きさ α で上昇するエレベーターの中で行った。エレベーター内の人が観察しているとして次の問いに答えよ。

(4) 小球が床から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

(5) (3)と同様に，v をゆっくり増加させたとき，小球が床を離れる瞬間の小球の速さ v_2 を求めよ。

(6) v_2 が v_1 の n 倍であるとき，上昇するエレベーターの加速度の大きさ α を求めよ。

32 13円板上の物体の運動［2013 東海大］

あらい表面となめらかな表面をもった2種類の回転円板とそれらの上に置かれた小物体の運動について考える。重力加速度の大きさを g，円周率を π として，次の各問いに答えよ。答えは各問いの解答群の中から最も適切なものを1つ選べ。

水平であらい表面の円板上に質量 m の小物体が円板の中心から距離 R の位置にのせてある。

(1) 図1に示すように，円板を水平面内において角速度 ω で回転させたところ，小物体は円板との間の摩擦力により円板上をすべりだすことなく等速円運動した。円板上の観測者から見たときの小物体にはたらく遠心力の大きさを求めよ。

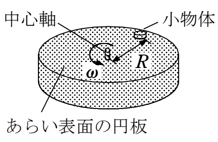


図1

(2) このときの小物体の等速円運動の周期 T を求めよ。

(3) 角速度をゆっくり上げていったところ角速度が 2ω になったときに小物体は円板上をすべりだした。円板と小物体の間の静止摩擦係数を求めよ。

次に，水平でなめらかな表面の円板上に質量 m の小物体を置き，円板と一体の中心軸に小物体をばね定数 k の軽いばねでつないだ。ばねを自然の長さとしたとき，円板の中心から小物体までの距離は L であった。

(4) 図2に示すように，水平面内において小物体を角速度 ω で等速円運動させたとき，ばねの伸びは $\dfrac{L}{8}$ であった。このときの角速度 ω を求めよ。

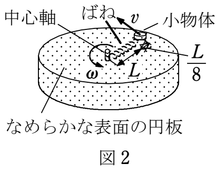


図2

(5) (4)のときの小物体の速さ v を求めよ。

［解答群］

(1) ① $mR^2\omega$ ② $\dfrac{m\omega}{R}$ ③ $mR\omega^2$ ④ $\dfrac{m\omega^2}{R}$ ⑤ $mR\omega$

(2) ① $\dfrac{2\pi}{\omega}$ ② $\dfrac{\pi}{\omega}$ ③ $\dfrac{\pi}{2\omega}$ ④ $2\pi\omega$ ⑤ $\dfrac{\pi\omega}{2}$

(3) ① $\dfrac{4R\omega}{g}$ ② $\dfrac{4R\omega^2}{g}$ ③ $\dfrac{2R\omega^2}{g}$ ④ $\dfrac{4\omega^2}{Rg}$ ⑤ $\dfrac{4\omega}{Rg}$

(4) ① $\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ ② $\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ ③ $\sqrt{\dfrac{k}{8m}}$ ④ $\sqrt{\dfrac{k}{7m}}$ ⑤ $\sqrt{\dfrac{m}{8k}}$

(5) ① $\dfrac{L}{8}\sqrt{\dfrac{7k}{m}}$ ② $\dfrac{L}{3}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ ③ $\dfrac{3}{8}L\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ ④ $L\sqrt{\dfrac{k}{8m}}$

 ⑤ $\dfrac{3}{8}L\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

33 07棒に通したおもりの円運動［2007 筑波大］

水平に置かれた細い棒 OP に穴のあいた質量 m の小さなおもりを通し，点 O から距離 l の点 A で静かに手をはなした。棒とおもりの間の静止摩擦係数を μ，動摩擦係数を μ'，重力加速度の大きさを g として次の問いに答えよ。ただし，$\mu'<\mu<1$ とする。

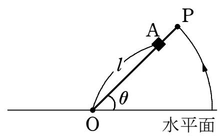


図1

棒 OP を，図1のように，点 O を中心にしてゆっくりと傾けていったところ，OP と水平面とのなす角が θ となったとき，おもりは棒にそって点 O へ向かう向きにすべりだした。

(1) このとき，θ と μ の間にはどのような関係が成りたつか。

(2) おもりが棒にそってすべり下りて，点 O に達するまでに摩擦力がする仕事の大きさを，θ，μ'，m，l，g のうち必要なものを用いて表せ。

(3) おもりが点 O に達したときのおもりの速さを θ，μ'，m，l，g のうち必要なものを用いて表せ。

次に，棒 OP を角度 θ に傾けたまま，おもりを点 A の位置にもどし，図2のように，棒を点 O を通る鉛直な軸(図2の破線)のまわりに角速度 ω で回転させたところ，おもりは点 A の位置から動くことはなかった。

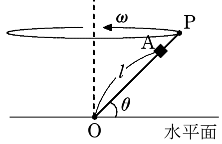


図2

(4) おもりにはたらく遠心力の大きさを ω，θ，m，l，g のうち必要なものを用いて表せ。

(5) 角速度が $\omega=\omega_0$ のとき，おもりには摩擦力がはたらかなくなる。ω_0 を θ，m，l，g のうち必要なものを用いて表せ。

(6) おもりが点 A の位置から動くことのないような最大の角速度 ω_{m} を，θ，μ，m，l，g のうち必要なものを用いて表せ。

34 04円運動と単振動［2004 熊本大］

図1のように，xy 面内で半径 R の円周上を質量 m の物体が速さ v で等速円運動する場合を考える。時刻 t における回転角を θ，回転の角速度を ω とするとき，以下の問いに答えよ。

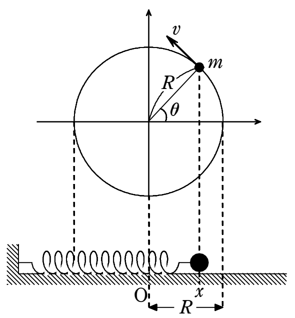


図1

(1) 速さ v を R と ω で表せ。また，周期 T を ω で表せ。

(2) 物体が受けている力の向きを図2に示せ。また，その力の大きさ F を m，R，ω で表せ。

(3) この力の大きさ F が比例定数を k として

$F=k\dfrac{m}{R^2}$ で与えられるとする。このとき，T と R の間に成り立つ関係式を T，R，k のみを用いて表せ。

図1に示すように，等速円運動する物体の x 軸への正射影は単振動をする。これをばねにつながれた同じ質量 m をもつ物体の振動に対応させると，円周上にある質量 m の物体の x 座標は，ばねの自然長からの変位 x に対応する。また，円の半径 R が単振動の振幅 R に対応し，円運動の角速度 ω が単振動する物体の角振動数 ω に対応する。このことを考慮して，以下の問いに答えよ。

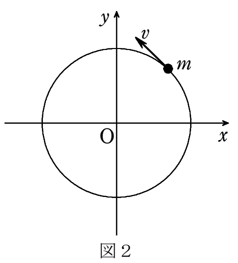


図2

(4) 単振動する物体が受けている復元力を F_x とすれば，$F_x=-Kx$ と表される。ここで，K は復元力の比例定数とよばれている。この K を m，ω で表せ。

(5) (4)で導入した K を用いると，単振動する物体の力学的エネルギー E は

$$E=\frac{1}{2}m{v_x}^2+\frac{1}{2}Kx^2$$

で与えられる。ここで v_x は物体の速度である。この E を m，R，ω で表せ。

35 07浮力と単振動［2007 防衛大学校］

一辺の長さ a〔m〕の立方体の物体が，図1に示すように上面を液面から深さ d〔m〕の位置に，糸で浮き上がらないように固定されている。物体の質量を m〔kg〕，液体の密度を ρ〔kg/m^3〕とし，物体の密度は液体の密度より小さく，空気の密度より十分大きいとする。また，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕，大気圧を p〔Pa〕とする。液面にはつねに大気圧がかかっていることを念頭に，次の各問いに答えよ。ただし，この物体が受ける力として，圧力によるものおよび糸の張力，重力によるもの以外は，無視できるものとする。

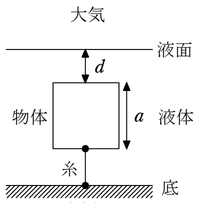


図1

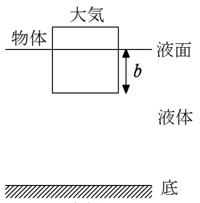


図2

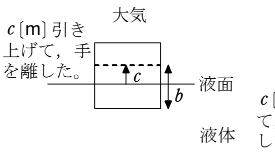


図3

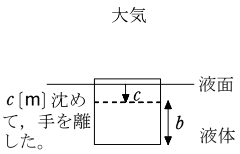


図4

(1)　物体の上面，下面が受ける圧力を求めよ。

(2)　この物体にはたらく糸の張力の大きさを求めよ。

(3)　図2に示すように糸を切り，この物体を液面に浮かせた。物体が静止した状態で，液面より下に沈んでいる部分の長さ b〔m〕を求めよ。

(4)　物体を，液面に浮かんだ位置から，図3に示すように鉛直上方に c〔m〕引き上げて手を離した。そのとき，この物体が受ける下向きの力の大きさを求めよ。ただし，b は，(3)の結果を使って消去せよ。

(5)　物体を，液面に浮かんだ位置から，図4に示すように鉛直下方に c〔m〕沈めて手を離した。そのとき，この物体が受ける上向きの力の大きさを求めよ。ただし，b は，(3)の結果を使って消去せよ。

(6)　一般に，質量 m〔kg〕の物体が，変位 x〔m〕に比例する復元力（$-kx$〔N〕（k は正の定数））を受けると単振動をする。この単振動の周期を m と k を用いて表せ。

(7)　液面上に浮いているこの物体を，図3に示すように液面から鉛直上方へ持ち上げ，手を離すと鉛直方向で単振動をする。この単振動の周期を求めよ。

36 16単振り子とエレベーター内での円錐振り子［2016 九州工業大］

［A］　天井に固定した長さ L の軽い糸に，質量 m の小球がつけてある。糸がたるまないように小球を持ち上げ，そっとはなしたところ，図1のように，小球は円弧を描きながら鉛直面内で振動を始めた。糸と鉛直線とのなす角を θ（ただし図1に示す鉛直線に対して右側を正とする），重力加速度は鉛直下向きで大きさを g，円周率を π とする。次の問いに答えよ。

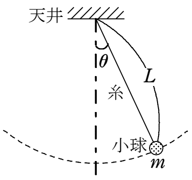


図1

(1)　円弧にそった向きの小球の加速度を a としたとき，円弧にそった向きの小球の運動方程式を m，a，g，θ を用いて表せ。ただし，a は図1で θ の増える向きを正とし，小球が鉛直線の右側にあるとして考えよ。

(2)　振動の振幅がきわめて小さいとき，振動は単振動とみなせる。このときの振動の周期 T を L と g を用いて表せ。

［B］　天井に固定した長さ L の軽い糸に，質量 m の小球がつけてある。小球を水平面内で反時計回りに等速円運動させたとき，図2のように，糸と鉛直線とのなす角が θ_0 となった。重力加速度は鉛直下向きで大きさを g，円周率を π とする。次の問いに答えよ。

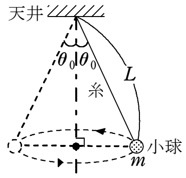


図2

(3)　小球の等速円運動の周期 T_0 を L，g，θ_0 を用いて表せ。

次に糸を，ばね定数が k，自然の長さが L の軽いばねに取りかえた。小球を水平面内で反時計回りに等速円運動させたとき，ばねが ΔL 伸びて鉛直線とのなす角が θ_1 となり，角速度の大きさ ω が(3)と同じとなった。ばねの伸び ΔL を求めたい。

(4)　小球にはたらくばねの弾性力の大きさ S を k と ΔL を用いて表せ。

(5)　小球にはたらくばねの弾性力と遠心力の水平方向のつりあいの式を S，θ_1，m，L，ΔL，ω を用いて表せ。

(6)　(4)，(5)の結果を用いて，ばねの伸び ΔL を，m，g，k，L，θ_0 を用いて表せ。

［C］　鉛直方向に移動することのできるエレベーターが，下向きの一定加速度（大きさ A）で動いている。このエレベーターの天井に固定した長さ L の軽い糸に，質量 m の小球がつけてある。小球を水平面内で反時計回りに等速円運動させたとき，図3のように，糸と鉛直線とのなす角が θ_2，小球と床との距離が H となった。小球はしばらく等速円運動した後，糸から離れた。円周率を π とし，A は重力加速度の大きさ g よりも小さいとする。次の問いに答えよ。

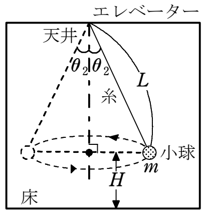


図3

(7)　小球の等速円運動の周期 T_1 を L，g，A，θ_2 を用いて表せ。

小球は糸を離れてから水平方向に射出されたのち，床に落下した。

(8)　糸を離れた瞬間の小球の水平方向の速さを L，g，A，θ_2 を用いて表せ。

(9)　糸を離れてから床に落下するまでの時間を H，g，A を用いて表せ。

(10)　糸を離れてから床に落下するまでの水平方向に移動した距離を H，L，θ_2 を用いて表せ。

37 04ばね振り子［2004 香川大］

(1)　図1のように，鉛直下向きにつるされたばねの下端に，質量 m のおもりが付けられている。ばね定数が k であるとき，空欄（ア）～（ウ）を埋めよ。ただし，重力加速度の大きさを g とし，ばねの質量は無視できるものとする。

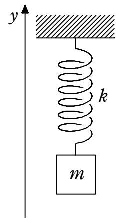


図1

ばねが自然長であるときのおもりの位置を原点とし，鉛直上向きを正として y 軸を定義する。ばねが自然長より伸びた状態で，ばねの力と重力がつりあい，おもりが静止した。フックの法則より，このときのおもりの y 座標は $\boxed{\text{ア}}$ である。この状態において，おもりにたくわえられる，$y=0$ を基準とした重力による位置エネルギーは $\boxed{\text{イ}}$，ばねにたくわえられる弾性エネルギーは $\boxed{\text{ウ}}$ と求まる。

(2)　図2のように，(1)で用いたばねとおもりを，水平面から $\dfrac{\pi}{6}$〔rad〕の角度をなす斜面上に置いた。下端は壁に固定されている。斜面は十分になめらかで，おもりと斜面の間の摩擦は無視できるとして，空欄（エ）～（コ）を埋めよ。

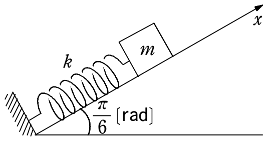


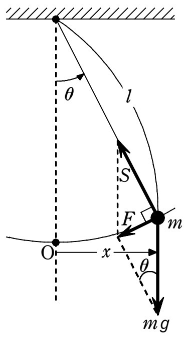
図2

ばねが自然長であるときのおもりの位置を原点とし，図の矢印の方向を正として x 軸を定義する。最初，ばねが自然長から縮んだところで，ばねの力と重力がつりあい，おもりが静止した。このとき，おもりの x 座標は $\boxed{\text{エ}}$ である。次に，指でおもりを押し，斜面に沿って a だけばねを縮めた。このとき，おもりの x 座標は $\boxed{\text{オ}}$ であるから，$x=0$ を基準とすると，おもりにたくわえられる重力による位置エネルギーは $\boxed{\text{カ}}$，ばねにたくわえられる弾性エネルギーは $\boxed{\text{キ}}$ と求まる。

この状態で指をおもりから放したところ，おもりは斜面上で単振動した。エネルギー保存の法則より，速さが最大となるのは，x 座標が $\boxed{\text{ク}}$ のときである。また，おもりの振動の両端では速度が0であることから，両端の x 座標は，$x_L=\boxed{\text{ケ}}$，$x_U=\boxed{\text{コ}}$ を得る。ただし，$x_L<x_U$ である。

38 03単振り子[2003 近畿大]

図に示すように，長さ l[m] の糸の上端を固定し下端に質量 m[kg] のおもりをつけ，鉛直方向のつりあいの位置 O から横に引いて静かに手をはなすと，おもりは鉛直面内で往復運動をする。これを単振り子という。おもりの円弧上の運動は反時計まわりを正とし，糸が鉛直方向となす角を θ[rad]，点 O から水平方向の変位を x[m]，重力加速度の大きさを g[m/s^2] として，次の □ にあてはまる答え，または最も近い答えを解答群より選べ。



(1) おもりが受けている力は，重力 mg[N] と糸の張力 S[N] である。おもりの運動方向の加速度を a[m/s^2]，おもりの運動方向にはたらく力を F[N] とすると，次の運動方程式がなりたつ。

$ma = F = -$ ア x (1)

また，おもりが最も高く上がったときの水平方向の変位 x の値を A[m] とすると，この単振り子のエネルギー U[J] は，点 O に対する位置エネルギーに等しくなるので，

$U =$ イ (2)

となる。

[(ア) の解答群]

① $\dfrac{l}{mg}$ ② mgl ③ $\dfrac{mg}{l}$ ④ $\dfrac{ml}{g}$ ⑤ $mg\cos\theta$ ⑥ $\dfrac{lg}{m}$

⑦ $\dfrac{l\cos\theta}{mg}$ ⑧ $\dfrac{mgl}{\cos\theta}$

[(イ) の解答群]

① $\dfrac{1}{mgl}\sqrt{1-\left(\dfrac{A}{l}\right)^2}$ ② $\dfrac{mg}{l}\sqrt{1-\left(\dfrac{A}{l}\right)^2}$ ③ $\dfrac{l}{mg}\sqrt{1-\left(\dfrac{A}{l}\right)^2}$

④ $mgl\sqrt{1-\left(\dfrac{A}{l}\right)^2}$ ⑤ $\dfrac{1}{mgl}\left\{1-\sqrt{1-\left(\dfrac{A}{l}\right)^2}\right\}$

⑥ $\dfrac{mg}{l}\left\{1-\sqrt{1-\left(\dfrac{A}{l}\right)^2}\right\}$ ⑦ $\dfrac{l}{mg}\left\{1-\sqrt{1-\left(\dfrac{A}{l}\right)^2}\right\}$

⑧ $mgl\left\{1-\sqrt{1-\left(\dfrac{A}{l}\right)^2}\right\}$

(2) いま，A の大きさが l に比べて十分に小さい場合，おもりは点 O を通る水平方向の直線上を運動していると考えてよく，おもりは点 O を振動の中心とする単振動をしているとみなせる。点 O を通過してからの時間を t[s] とし，単振動の角振動数，周期を，それぞれ ω[rad/s]，T[s] とすると，変位 x[m]，速度 v[m/s] および加速度 a[m/s^2] は次式で与えられる。

$x = A\sin\omega t$ (3)

$v =$ ウ (4)

$a = -\omega^2 x$ (5)

式 (1)，(5) より，周期 T[s] は次式で与えられる。

$T =$ エ (6)

また，このとき $(A/l)^2$ は 1 に比べて小さいので，

$$\sqrt{1-\left(\frac{A}{l}\right)^2} \fallingdotseq 1-\frac{1}{2}\left(\frac{A}{l}\right)^2 \quad (7)$$

の近似式を (2) 式の右辺に適用すると，単振り子のエネルギー U[J] は

$U =$ オ (8)

と表せる。

[(ウ) の解答群]

① $A\sin\omega t$ ② $A\cos\omega t$ ③ $A\tan\omega t$ ④ $\dfrac{A}{\omega}\sin\omega t$

⑤ $\dfrac{A}{\omega}\cos\omega t$ ⑥ $\dfrac{A}{\omega}\tan\omega t$ ⑦ $\dfrac{\omega}{A}\sin\omega t$ ⑧ $\dfrac{\omega}{A}\cos\omega t$

⑨ $\dfrac{\omega}{A}\tan\omega t$ ⑩ $A\omega\sin\omega t$ ⑪ $A\omega\cos\omega t$ ⑫ $A\omega\tan\omega t$

[(エ) の解答群]

① $2\pi\sqrt{\dfrac{g}{l}}$ ② $2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ ③ $\pi\sqrt{\dfrac{g}{l}}$ ④ $\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ ⑤ $\sqrt{\dfrac{g}{l}}$

⑥ $\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ ⑦ $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l}}$ ⑧ $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

[(オ) の解答群]

① $\dfrac{2lA}{mg}$ ② $\dfrac{mgA}{2l}$ ③ $\dfrac{2lA^2}{mg}$ ④ $\dfrac{mgA^2}{2l}$ ⑤ $\dfrac{2lA^3}{mg}$

⑥ $\dfrac{mgA^3}{2l}$ ⑦ $\dfrac{2lA^4}{mg}$ ⑧ $\dfrac{mgA^4}{2l}$

(3) 加速度の大きさ a'[m/s^2] で鉛直上向きに運動しているエレベーター内で，エレベーターの天井に固定された糸の長さ 0.48 m の単振り子を単振動させたとき，その周期が 1.2 秒であった。このときの a' は カ m/s^2 である。また，この周期を 2 倍にするには糸の長さを キ m とすればよい。ただし，重力加速度の大きさ g を 9.8 m/s^2 とする。

[(カ) と (キ) の解答群]

① 0.2 ② 0.4 ③ 0.8 ④ 1.9 ⑤ 3.2 ⑥ 4.2 ⑦ 5.6

⑧ 6.5 ⑨ 7.7 ⑩ 8.4 ⑪ 9.3 ⑫ 10

39 08 2本のばねによる単振動[2008 香川大]

図1のように，なめらかな水平面上に質量 m の物体 P が同じばね定数 k をもった 2 つのばね A，B とばねが自然の長さにある状態でつながっている。水平面上右向きに x 軸をとり，このときの物体 P の位置を x 座標の原点 O とする。

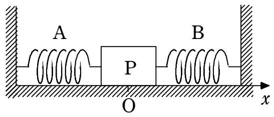


図1

物体 P をばね A のほうへ原点 O より a だけずらしてからはなす。このとき物体 P は単振動する。単振動は等速円運動の x 軸上への正射影の運動であるといえる。時刻 $t=0$ において，物体 P はちょうど x 座標の原点 O を正の向きに向かって通過した。ばねの質量を無視するものとして，次の問いに答えよ。

(1) 任意の時刻 t における物体 P の位置 x および速度 v を，等速円運動の角速度 ω を用いて表せ。

(2) 任意の時刻 t において物体 P が位置 x にあるときの加速度 α を，ω と x を用いて表せ。また，2 つのばね A と B から受ける力 F を，k と x を用いて表せ。

(3) 前問の結果より，物体 P の単振動の周期 T を，k と m を用いて表せ。

(4) 物体 P の運動エネルギー K の最大値とそのときの位置，およびばねの弾性力による物体 P の位置エネルギー U の最大値とそのときの位置を表せ。ただし，ω や T を用いないこと。

(5) 物体 P が単振動しているときの速度 v と位置 x の関係を求め，v を縦軸に，x を横軸にとって図 2 に示せ。このとき座標軸との交点を，a，k および m を用いて表せ。また，物体 P が時間とともに図上をたどる向きを矢印で表せ。

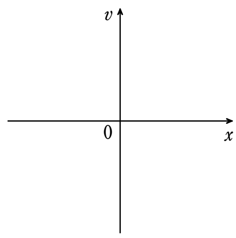


図 2

40 13 2本のばねによる単振動[2013 愛知教育大]

図 1 のように，質量 m[kg] のおもりの上下に自然の長さ L[m] の 2 本のばね A，B をつなぎ，全体の長さが $2L$ となるように，それぞれのばねの他端を固定した。おもりはつりあいの位置で静止し，ばね A，B の長さはそれぞれ L_A，L_B であった。ばね定数はそれぞれ k_A，k_B[N/m] とし，おもりの大きさとばねの質量はともに無視できるほど小さいものとする。また，鉛直下向きを正とし，重力加速度の大きさを g[m/s^2]，空気の抵抗は無視できるものとして，次の各問いに答えよ。

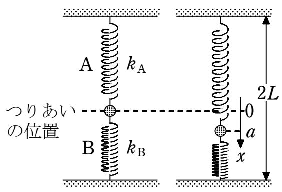


図1 図2

(1) ばね A がおもりに及ぼす力を求めよ。

(2) ばね B がおもりに及ぼす力を求めよ。

(3) つりあいの位置では，おもりにはたらく力はつりあっている。おもりにはたらく力のつりあいの式を示せ。

(4) (3) のつりあいの式と全体の長さが $2L$ であることから，L_A，L_B を求めよ。

図 2 のように，つりあいのときのおもりの位置を原点とし，鉛直下向き正の x 軸を考える。おもりを $x = a$[m] の位置まで引き下げて静かにはなすと，おもりは単振動を始めた。次の各問いに答えよ。

(5) おもりの位置が x のとき，おもりにはたらく合力を求めよ。

(6) おもりの角振動数を求めよ。

(7) おもりが原点を通過するときの速さを求めよ。

41 17エレベーター内での単振動[2017 法政大]

次の問いに答えよ。ただし，重力加速度の大きさを g とする。

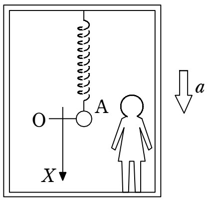
エレベーターの中で，天井から軽いばねで質量 m の小物体Aがつるされており，エレベーター内の人がAの運動を観測している。以下では，すべて，エレベーター内の観測者から見た運動を考える。

初めに，エレベーターが静止状態にある場合を考える。Aが静止しているとき，ばねの自然の長さからの伸びは d であった。

(1) ばねのばね定数を求めよ。

その後，Aを静止している位置からさらに距離 d だけ下方に引き下げ，静かにはなすとAは振動を始めた。

(2) Aをはなしてから，Aが最高点に達するまでの時間を求めよ。



次に，図のようにこのエレベーターが鉛直下向きに一定の大きさ a の加速度で下降している状態にある場合を考える。ただし，$0<a<g$ とする。

(3) 初めAは点Oで静止している。このとき，ばねの自然の長さからの伸びを求めよ。

この後，Aを点Oから下へ引き下げ，自然の長さからの伸びが $2d$ になったところで静かにはなすと，Aは振動を始めた。

(4) 点Oを原点として下向きに X 軸をとり，力は下向きを正とする。Aが座標 x の位置にあるとき，Aにはたらく力の合力を d，g，m，x を用いて表せ。

(5) Aをはなしてから，Aの速さが下向きで最大となるまでの時間を求めよ。

(6) このときのAの速さを求めよ。

(7) Aの加速度の大きさの最大値を求めよ。

(8) (2)でAが最高点に達したときの加速度の大きさと，(7)で求めた加速度の大きさはどちらが大きいか。(2)の場合は(2)，(7)の場合は(7)，の数字で答えよ。

42 T万有引力と重力加速度

半径が R，平均密度が ρ の天体の表面における重力加速度の大きさはいくらか。万有引力定数を G として表せ。

43 T人工衛星

地表すれすれの円軌道を回る人工衛星の速さおよび周期を求めよ。ただし，地球の半径を R，万有引力定数を G とする。

44 G万有引力による位置エネルギー

質量 m の小球を地面から高さ h の上空に持ち上げる。地球の半径を R，質量を M，万有引力定数を G として次の問いに答えよ。ただし，地球の自転による影響はないものとする。

(1) 小球が地表面にあるときと高さ h にあるときの万有引力による位置エネルギーの差を求めよ。

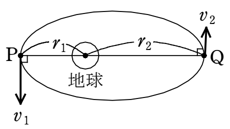
(2) 小球を地表面から高さ h の上空に運ぶ仕事はいくらか。

(3) h の値が地球半径 R に比べて十分小さいとき，小球を高さ h 持ち上げる仕事の値は mgh と近似できることを示せ。ここで，g は地表での重力加速度の大きさであり，必要なら次の近似式を用いよ。

近似式：$|x|\ll 1$ のとき　$(1+x)^n \fallingdotseq 1+nx$

45 Gだ円軌道を描く人工衛星

質量 m の人工衛星が質量 M の地球の中心を1つの焦点とするだ円軌道上を運動している。軌道上の人工衛星の速さは，地球の中心と最も近い距離 r_1 の位置Pでは v_1，最も遠い距離 r_2 の位置Qでは v_2 である。万有引力定数を G として，次の各問いに答えよ。



(1) P点およびQ点について，人工衛星の力学的エネルギー保存の法則を表す関係式を r_1，r_2，v_1，v_2，m，M，G を用いて示せ。

(2) 人工衛星のだ円軌道運動はケプラーの第2法則にしたがい，人工衛星と地球の中心を結ぶ線分が一定時間に描く面積は等しい。この線分がP点およびQ点で短い時間 Δt に描く形を直角三角形とみなして r_1，r_2，v_1，v_2 の間に成り立つ関係式を示せ。

(3) v_1 と v_2 を r_1，r_2，M，G を用いて表せ。

46 G静止衛星

静止衛星は赤道上空にあって，その公転周期が地球の自転周期と等しくなっているので，地球から見て静止しているように見える。静止衛星の質量を m，地球の質量を M，万有引力定数を G とし，静止衛星は半径 r，速さ v の等速円運動をしているものとして次の問いに答えよ。

(1) 静止衛星と地球との間にはたらく万有引力はいくらか。

(2) 等速円運動の加速度の大きさは $\dfrac{v^2}{r}$ である。静止衛星の運動方程式を書け。

(3) 地球の自転周期を T としたとき，静止衛星の速さ v を T，r で表せ。

(4) 静止衛星の公転半径を G，M，T で表せ。

47 16人工衛星の運動[2016 センター物理（2015～　）]

質量 m の人工衛星が，地球のまわりを速さ v で円運動している。人工衛星の地表面からの高さを h，地球の質量を M，地球の半径を R，万有引力定数を G とする。また，地球の自転や公転の影響，他の天体の及ぼす影響は無視できるものとする。

(1) 人工衛星が地球から受ける万有引力の大きさ F を表す式として最も適当なものを，次の ①～⑧ のうちから1つ選べ。$F=$ $\boxed{\ 1\ }$

① $\dfrac{GMm}{R}$　② $\dfrac{GMm}{R^2}$　③ $\dfrac{GMmh}{R^2}$

④ $\dfrac{GMm}{R+h}$　⑤ $\dfrac{GMm}{(R+h)^2}$　⑥ $\dfrac{GMmh}{(R+h)^2}$

⑦ $\dfrac{GMm}{h}$　⑧ $\dfrac{GMm}{h^2}$

(2) 人工衛星の速さ v を表す式として最も適当なものを，次の ①～⑨ のうちから1つ選べ。$v=$ $\boxed{\ 2\ }$

① $\sqrt{\dfrac{hF}{m}}$　② $\sqrt{\dfrac{RF}{m}}$　③ $\sqrt{\dfrac{(R+h)F}{m}}$

④ $\dfrac{hF}{m}$　⑤ $\dfrac{RF}{m}$　⑥ $\dfrac{(R+h)F}{m}$

⑦ $\dfrac{h^2F}{m}$　⑧ $\dfrac{R^2F}{m}$　⑨ $\dfrac{(R+h)^2F}{m}$

(3) 人工衛星の運動には，惑星の運動に関する法則と同様の法則が適用できる。人工衛星の周期 T の2乗と，地球の中心からの距離 a の3乗の比 $k=\dfrac{T^2}{a^3}$ について述べた文として最も適当なものを，次の ①～⑤ のうちから1つ選べ。$\boxed{\ 3\ }$

① k は m と v に比例する。

② k は m と v に反比例する。

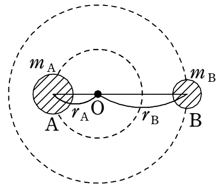
③ k は v にはよらないが，m に比例する。

④ k は v にはよらないが，m に反比例する。

⑤ k は m にも v にもよらない。

48 12万有引力［2012 中央大］

おおいぬ座のシリウスとよばれる恒星は，シリウスAという主星とシリウスBという伴星とからなる連星である。



シリウスAの質量を m_A，シリウスBの質量を m_B とし，この2つの星の重心をOとする（$m_A > m_B$ である）。以下では，図に示したように，シリウスAは重心Oを中心とする半径 r_A の円周上を等速円運動し，シリウスBは重心Oを中心とする半径 r_B の円周上を等速円運動しているものとしよう。これら2つの円軌道は1つの平面（公転面）上にあり，図のように，シリウスAの中心点，重心O，シリウスBの中心点は常に一直線上に並んでいる。

2つの星の角速度は等しく，これを ω と書くことにする。

(1) 以下の空欄に適した数式を答えよ。

万有引力定数を G とすると，シリウスAとBの間にはたらく引力の大きさは，G，m_A，m_B，r_A，r_B を用いて表すと，［ア］である。また，シリウスAの加速度の大きさは r_A と ω を用いて表すと，［イ］であり，シリウスBの加速度の大きさは r_B と ω を用いて表すと，［ウ］である。したがって，運動方程式は

m_A［イ］＝［ア］ ……①

m_B［ウ］＝［ア］ ……②

となる。

(2) シリウスAとBの総質量 $m_A + m_B$ を M，星間距離 $r_A + r_B$ を a，また，この連星の重心のまわりの公転周期を T とする。M を a，G，T を用いて表す式を導け。

(3) 地球の公転軌道の半長軸を1天文単位という。これは約 1.50×10^{11} m である。a は約 2.00×10^{1} 天文単位であることが知られている。これは何mであるか答えよ。計算は3桁で実行し，有効数字2桁で答えよ。

(4) T は約 5.01×10^{1} 年である。これは何sであるか答えよ。計算は3桁で実行し，有効数字2桁で答えよ。

(5) 太陽の質量は約 2.00×10^{30} kg である。(2)で導いた式に，上の a と T の値を代入して，M は太陽の質量の何倍であるか計算せよ。ただし，$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$ である。また，必要な場合は，円周率 $\pi = 3.14$ であることを用いてよい。計算は2桁で実行し，有効数字1桁で答えよ。

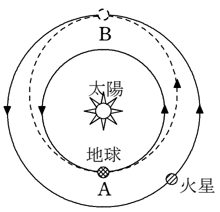
(6) シリウスAとBの軌道半径の比を $R = \dfrac{r_A}{r_B}$ とする。この値がわかれば，シリウスAとシリウスBそれぞれの質量を求めることができる。m_A と m_B を，それぞれ M と R を用いて表せ。観測データより，シリウスAとシリウスBの実際の質量比は約2：1であることがわかっている。

物理を応用すると，このように，遠い星々の質量を計算することもできるのである。

49 07火星探査機の運動［2007 京都産業大］

以下の文を読み，［　］に適する数式を入れ，〔　〕には適切な語句または数値を記入せよ。

地球から火星へ探査機を送りこむことを考える（探査機は地球を出発した瞬間と，火星に到着したとき以外は，ロケットエンジンを噴射しない）。地球，火星ともに，太陽を中心とした等速円運動を行っており，同一平面内を同じ向きに運動しているとする（図を参照）。それぞれの軌道半径は太陽から1天文単位および1.5天文単位とする（1天文単位は 1.5×10^8 km である）。



(1) 2物体間にはたらく万有引力の大きさは，両者の質量の積に比例し，距離の〔ア〕に反比例する。太陽の質量は，地球の質量の約33万倍であり，一方，火星の質量は地球の質量の0.11倍である。地球と火星の間の万有引力が最も強くなるのは，たがいの距離が最も小さくなったときであるが，そのときでも，地球と火星の間にはたらく万有引力の大きさは，地球と太陽の間にはたらく万有引力の大きさの〔イ〕分の1しかない（有効数字2桁で答えよ）。

(2) 地球の公転周期を T とすると，円運動の向心力の大きさ F は，地球の質量 m，地球の軌道半径 r，公転周期 T を用いて，$F =$［ウ］と表される。この F が太陽と地球の間にはたらく万有引力の大きさに等しい。太陽と地球の間にはたらく万有引力の大きさは，太陽の質量を M として，［エ］である（万有引力定数を G とする）。以上の式より，$\dfrac{T^2}{r^3} =$［オ］となり，(オ)は太陽の質量で決まる定数である。これは円軌道の場合のケプラーの第3法則である。惑星が太陽を焦点とする楕(だ)円軌道上を運動する場合には，円軌道の場合の式における r を軌道の半長軸 a で置き換えればよい。T を年，r を天文単位で表せば，地球について考えると，$\dfrac{T^2}{r^3}$ の値は〔カ〕$\dfrac{(年)^2}{(天文単位)^3}$ である。この定数は，太陽に比べて十分に小さな質量の天体（太陽系の惑星，その他の小天体）や惑星探査機などについて同一の値となる。

(3) 地球が図中のAの位置にあるとき，探査機を瞬時に加速して，地球の進行方向に発進させた。この探査機も太陽の万有引力を受けて運動するため，ケプラーの法則が適用できる。以下では，探査機と地球の間，および探査機と火星の間の万有引力は無視する。探査機の軌道は点Aを通って地球の軌道に接するような楕円であり，地球や火星の軌道と同一平面内にある。いま，点Aを速さ V_A で発進したとき，探査機の軌道は点B（太陽をはさんで点Aと反対方向にある）で火星軌道に接するような楕円軌道になるとする（図中の点線）。探査機と火星が点Bで出会うようなタイミングで探査機を発進させれば，探査機は火星に到着できる。探査機が地球を出発してから火星に到着するまでに必要な時間は，探査機の軌道の半長軸 a（天文単位）を用いて［キ］年と表すことができる。探査機の軌道は楕円の半長軸 a が〔ク〕天文単位であるから，地球から火星まで到達するのに，約0.7年（＝8.4か月）かかることになる。また，火星に到着したときの探査機の速さ V_B は，ケプラーの第2法則（面積速度一定の法則）より，V_A を使って［ケ］と表される。一方，地球から火星に向かう間，探査機の力学的エネルギーは保存する。これらのことから，V_A は太陽の質量 M，地球の軌道半径 r，万有引力定数 G を用いて $V_A =$［コ］と表される。

50 94第二宇宙速度［1994 上智大］

弾丸を地上から打ち上げるとき，初速 v_0 がある値より大きいと弾丸は地球の引力から脱出できる。その値を求めてみよう。ただし空気による抵抗は無視する。また地球の半径を R，地表での重力加速度を g，弾丸の質量を m とする。

(1) 地球から無限に離れた点での弾丸の位置エネルギーを0として，地球の中心から距離 r の点における位置エネルギーを，地表での重力加速度 g を使って表せ。

(2) 速さを v とすると弾丸の運動エネルギーはいくらか。

(3) エネルギー保存則を使って弾丸が地球の引力から脱出できる最低の初速を求めよ。

(4) 地球の引力から脱出できるには，弾丸を地面に対して最低何度以上の角度で打ち上げる必要があるか。

(1) ① $-\dfrac{Rgm}{r}$　② $-\dfrac{R^2gm}{r}$　③ $-\dfrac{rgm}{R}$

④ $\dfrac{Rgm}{r}$　⑤ $\dfrac{R^2gm}{r}$　⑥ $\dfrac{rgm}{R}$

(2) ① $\dfrac{m}{2}v^2$　② $\dfrac{m}{2}\left(\dfrac{rv}{R}\right)^2$　③ $\dfrac{m}{2}\left(\dfrac{Rv}{r}\right)^2$

(3) ① $\geqq \sqrt{Rg}$　② $\geqq \sqrt{2Rg}$　③ $\geqq \sqrt{\dfrac{2R}{g}}$　④ $\geqq \sqrt{\dfrac{R}{g}}$

(4) ① $\geqq 0°$　② $45°$　③ $90°$