## 1 ［2011 東京医科歯科大］

図１のような断熱材で作られたシリンダーＡ，Ｂと連結したピストンが真空中に置かれている。シリンダーＡ，Ｂは固定され動かないが，ピストンは，$x$ 軸方向になめらかに動かすことができ，その断面は紙面に垂直な $yz$ 平面に平行である。シリンダーＡ内には，$n$［mol］の単原子分子（１分子当たりの質量 $m_{\mathrm{A}}$）の理想気体Ａが，シリンダーＢ内にはＡとは異なる単原子分子（１分子当たりの質量 $m_{\mathrm{B}}$）の理想気体Ｂが封入されている。気体分子の速度をそれぞれ気体Ａは $\overrightarrow{v_{\mathrm{A}}}=(v_{\mathrm{A}x},\ v_{\mathrm{A}y},\ v_{\mathrm{A}z})$，気体Ｂは $\overrightarrow{v_{\mathrm{B}}}=(v_{\mathrm{B}x},\ v_{\mathrm{B}y},\ v_{\mathrm{B}z})$ であるとする。ピストンの断面積は，シリンダーＡ側を $S$，シリンダーＢ側を $2S$，アボガドロ定数を $N_{\mathrm{A}}$，気体定数を $R$ とし，温度は絶対温度で表すものとする。シリンダーの内壁やピストンの表面はなめらかであり，気体分子がこれらと衝突しても運動エネルギーは失われない。また，気体分子どうしの衝突は無視できるものとする。

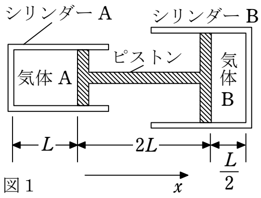

図１

［A］　気体Ａ，Ｂの温度がともに $T$ であり，ピストンがシリンダーＡの底から $L$，シリンダーＢの底から $\dfrac{L}{2}$ の位置で静止しているとき，次の問いに答えよ。

(1)　シリンダーＢ内の気体Ｂの分子数を求めよ。

(2)　気体Ａの１分子がピストンと衝突したとき，ピストンから受ける $x$ 方向の力積 $I_{\mathrm{A}x}$ を求めよ。

(3)　ピストンが $n$［mol］の気体Ａ全体から受ける平均の力の大きさ $\overline{F_{\mathrm{A}}}$ を求めよ。ただし，すべての気体Ａ分子の $x$ 軸方向の速度の２乗平均を $\overline{v_{\mathrm{A}x}{}^2}$ とする。

(4)　気体分子の運動は，分子の数がきわめて多く不規則に運動しているので，平均すると $x$，$y$，$z$ いずれの方向にも同程度に起こると考えることができ，$\overline{v_x{}^2}=\overline{v_y{}^2}=\overline{v_z{}^2}$ が成りたつものとする。気体Ａの１分子当たりの平均の運動エネルギー $\overline{K_{\mathrm{A}}}$ を気体の温度 $T$ の関数として求めよ。

(5)　気体Ａ分子の平均の速さを $V_{\mathrm{A}}=\sqrt{\overline{v_{\mathrm{A}x}{}^2}+\overline{v_{\mathrm{A}y}{}^2}+\overline{v_{\mathrm{A}z}{}^2}}$ と考え，$V_{\mathrm{A}}$ と気体の温度 $T$ との関係を図示せよ。

(6)　気体の温度が $T$ のとき，気体Ｂ分子の平均の速さ $V_{\mathrm{B}}=\sqrt{\overline{v_{\mathrm{B}x}{}^2}+\overline{v_{\mathrm{B}y}{}^2}+\overline{v_{\mathrm{B}z}{}^2}}$ と $V_{\mathrm{A}}$ の比の値 $\dfrac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}$ を求めよ。

(7)　気体Ｂの内部エネルギー $U_{\mathrm{B}}$ を温度 $T$ の関数として求めよ。

［B］　ピストンを $x$ 軸正の向きに非常にゆっくりと速さ $v_0$ で動かす。$v_0$ は，$v_{\mathrm{A}x}$ や $v_{\mathrm{B}x}$ の大きさに比べて非常に小さいものとする。このとき，次の問いに答えよ。

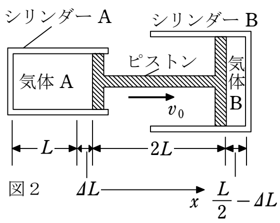

図２

(8)　気体Ａの分子（衝突直前の $x$ 方向の速度を $v_{\mathrm{A}x}$ とする）がピストンに衝突した直後の $x$ 軸方向の速度 $v_{\mathrm{A}x}{}'$ を求めよ。ただし，気体分子の衝突によってピストンの速度は変わらないものとする。

(9)　ピストンが動きだす前，ともに $T$ であった気体の温度が，ピストンが時間 $t$ の間に $\Delta L$ だけ動いたとき，気体Ａの温度は $T_{\mathrm{A}}$，気体Ｂの温度は $T_{\mathrm{B}}$ となった。$T_{\mathrm{B}}-T_{\mathrm{A}}$ を $T$ の関数として求めよ。ただし，時間 $t$ の間にピストンに衝突する気体分子の数は，ピストンが静止しているときと同じであったとする。また，$\alpha$ が１に比べて非常に小さいとき，$(1+\alpha)^2 \fallingdotseq 1+2\alpha$ と近似できる。

［C］　ピストンは断熱材のまま，シリンダーＡ，Ｂをそれぞれ別の材質にかえ，［B］と同様にピストンを $\Delta L$ だけ動かしたとき気体の温度が $T_{\mathrm{A}}=T_{\mathrm{B}}=T$ であった。

(10)　［B］と異なり，どのようにしてこのようなことが起こるのかを簡潔に説明せよ。

## 2 ［2006 早稲田大］

十分細いガラス管がつながれている体積 $V_0$ の容器Ａ中に，室温 $T_0$ に保たれた理想気体を圧力が大気圧 $p_0$ となるまで注入したところ，その量は $n$ mol であった。以下の操作は大気圧 $p_0$ のもとで行う。

(1)　注入した気体の量 $n$ mol を与えられた物理量で書け。ただし気体定数を $R$ とする。

図１に示すように，ガラス管の先に張力が無視できる薄いゴム風船を装着する。このときゴム風船の内部には気体は入っていない。容器Ａとゴム風船，ガラス管からなる装置の温度をゆっくりと上げていくと，ゴム風船がしだいに膨らんでいった。

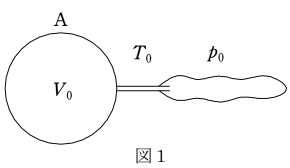

図１

(2)　ゴム風船の体積が $V_1$ となった。このときの温度はいくらか。$T_0$，$V_0$，$V_1$ を用いて表せ。

(3)　また，ゴム風船に移動した気体の物質量（モル数）はいくらか。$n$ を用いて表せ。

(4)　この操作で気体が外部になした仕事はいくらか。

その後，容器Ａを初めの状態に戻し，今度はガラス管を中央部分に気体の逆流を防ぐ弁をもつものに換えて，気体の入っていないゴム風船を装着した。この弁はＡの圧力がゴム風船の圧力より $\Delta p$ 以上高いときのみ開き，それ以外のときは閉じている。この装置の温度をゆっくりと上げていったところ，ある温度でガラス管を通って気体がゴム風船のほうに流れはじめた。

(5)　流れはじめたときの温度はいくらか。$T_0$，$p_0$，$\Delta p$ を用いて表せ。

(6)　ゴム風船の体積が $V_1$ になったときの温度はいくらか。$T_0$，$V_0$，$V_1$，$p_0$，$\Delta p$ を用いて表せ。

(7)　このときゴム風船にある気体の物質量（モル数）を，$n$ を用いて表せ。

最後に図２に示すように，ゴム風船を体積 $V_1$ の容器Ｂに，また逆流弁のかわりに細かな穴が無数にあいた断熱材で満たしたガラス管に取り換えた。このときＢの内部は真空であった。そして容器Ａに同じく $n$ mol の気体を封入して，Ａを温度 $T_2$，Ｂを $T_3$ に保った。

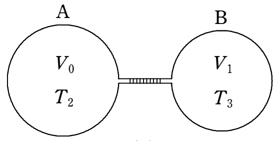

図２

(8)　Ａの圧力はいくらか。$p_0$，$V_0$，$V_1$，$T_0$，$T_2$，$T_3$ を用いて表せ。

(9)　Ｂにある気体は何 mol か。$n$ を用いて表せ。

3［2016 東京工業大］

図1のように，断面積 $S$ の容器Aと断面積 $\frac{1}{2}S$ の容器Bが，実験室の天井につるされており，容器Aの底と容器Bの底はなめらかに動くことのできる細管で接続されている。容器Aは，質量が無視でき自由に動くことができるピストンで仕切られており，ピストンの上側には理想気体が満たされている。気体定数 $R$ を用いて，この理想気体の定積モル比熱は $\frac{3}{2}R$，定圧モル比熱は $\frac{5}{2}R$ で与えられる。図1のように，ピストンの下側から容器Bの下部に至るまで，細管を通じて密度 $\rho$ の液体が満たされている。細管は十分に細く，細管や細管中の液体の質量は無視できる。また，ヒーターによって容器Aの理想気体を加熱することができる。ただし，理想気体が容器やピストンや液体と熱のやりとりをすることはないものとする。容器Bの上部は一定圧力 $p_0$ の大気に開放されている。容器Aは伸び縮みしないワイヤーで固定されている。一方，容器Bは伸び縮みしないワイヤー，またはばねでつるすことができ，容器Bとばねの質量は無視できるものとする。

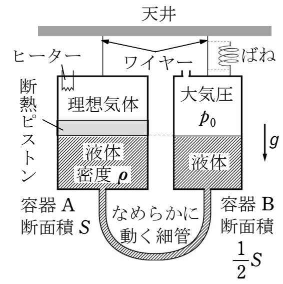

図1

理想気体の圧力は容器Aの中で一様とする。容器AとBの液面は，それぞれの容器の底や上面に達することはないものとする。重力加速度の大きさを $g$ として，次の問いに答えよ。

［A］ 容器Aの液面と容器Bの液面が同一水平面上に位置するように，適当な長さのワイヤーを用いて容器Bをつるした。この状態を初期状態とし，このときの理想気体の体積を $V_0$ とする。

(1) 初期状態からヒーターで理想気体をゆっくりと加熱したとき，理想気体の体積が $\varDelta V$ だけ増加した。このときの理想気体の圧力 $p_{\mathrm{a}}$ を求めよ。ただし，$S$，$V_0$，$\varDelta V$，$g$，$p_0$，$\rho$ のうち必要な記号を用いて答えよ。

(2) (1)の過程における理想気体の圧力 $p$ と体積 $V$ の変化をグラフにかけ。
また，この過程において理想気体がした仕事 $W_{\mathrm{a}}$ を，$\varDelta V$，$p_0$，$p_{\mathrm{a}}$ を用いて答えよ。

(3) (2)で求めた仕事 $W_{\mathrm{a}}$ は，重力による液体の位置エネルギーの変化に費やされただけでなく，他の仕事 $W_{\mathrm{a}}'$ にも費やされている。$W_{\mathrm{a}}'$ が何に対する仕事であるかを答えるとともに，$W_{\mathrm{a}}'$ を $S$，$V_0$，$\varDelta V$，$g$，$p_0$，$\rho$ のうち必要な記号を用いて表せ。

［B］ 図2のように，種々のばね定数をもつばねで容器Bをつるす。どのばねを用いた場合でも，容器Aの液面と容器Bの液面が同一水平面上に位置するように容器Aのワイヤーの長さを調整し，これを初期状態とする。初期状態における理想気体の体積は $V_0$ である。

以下の問題においては，容器Aと容器Bの間で液体が移動し，ばねの伸びも変化するが，常に力のつりあいがとれていると仮定してよい。また，細管がばねの伸び縮みや容器Bの動きを妨げることはないものとする。

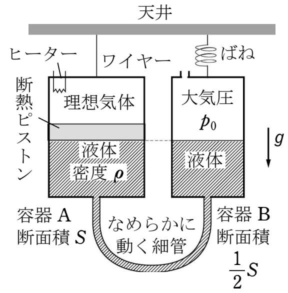

図2

(4) 初期状態から，ヒーターで理想気体をゆっくりと加熱すると，理想気体の体積が $\varDelta V$ だけ増加した ($\varDelta V>0$)。このときの理想気体の圧力 $p_{\mathrm{d}}$ を求めよ。ただし，用いたばねのばね定数を $k$ とする。$S$，$V_0$，$\varDelta V$，$g$，$k$，$p_0$，$\rho$ のうち必要な記号を用いて答えよ。

(5) (4)の実験を，ばね定数 $k_{\mathrm{e}}$ をもつばねを用いて行ったところ，加熱しても容器Aの圧力は変化しなかった。ばね定数 $k_{\mathrm{e}}$ を $S$，$g$，$\rho$ を用いて表せ。
この場合に，初期状態から理想気体の体積を $\varDelta V$ だけ増加させるためにヒーターが理想気体に与えた熱量 $Q_{\mathrm{e}}$ を，$V_0$，$\varDelta V$，$p_0$ のうち必要な記号を用いて答えよ。

(6) (5)の実験過程において，下記の物理量のそれぞれについて，増加したものに「＋」，減少したものに「－」，変化しなかったものに「0」の記号を記せ。
(a) 理想気体の内部エネルギー $U$
(b) 容器Bの液面から天井までの距離 $d$
(c) 重力による液体の位置エネルギー $E_{\mathrm{L}}$
(d) ばねの弾性力による位置エネルギー $E_{\mathrm{E}}$
(e) 位置エネルギーの合計 $E_{\mathrm{L}}+E_{\mathrm{E}}$

(7) (4)の実験を適当なばね定数をもつばねを用いて行うと，加熱しているにもかかわらず，温度が下がる場合がある。あるばねを用いて実験をしたところ，初期状態からの体積変化が $\varDelta V=\frac{1}{4}V_0$ に達したとき，理想気体の絶対温度は初期状態の絶対温度の $\frac{15}{16}$ 倍となった。この過程における理想気体の圧力 $p$ と体積 $V$ の変化を，圧力 $p$-体積 $V$ グラフにかけ。ただし，$\frac{1}{4}V_0$ をこえる体積変化はさせないものとする。
また，この過程で加えたヒーターの熱量 $Q_{\mathrm{g}}$ を，$V_0$，$p_0$ を用いて表せ。

4［2015 東京大］

図1のように下端の開口部から水が自由に出入りできる筒状容器の上部に質量の無視できる単原子分子の理想気体1mol，下部には水が満たされている。容器の質量は $m$，底面積は $S$ であり，その厚さは無視できる。容器は傾かずに鉛直方向にのみ変位する。容器外の水面における気圧を $P$ とする。水の密度 $\rho$ は一様であるとし，気体定数を $R$，重力加速度の大きさを $g$ とする。次の問いに答えよ。ただし，物体の受ける浮力の大きさは，排除した水の体積 $V$ を用いて $\rho Vg$ と表され，深さ $h$ での水圧は $P+\rho gh$ で与えられる。

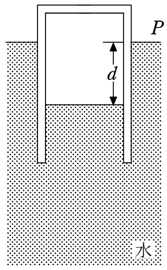

図1

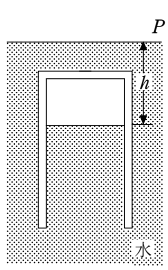

図2

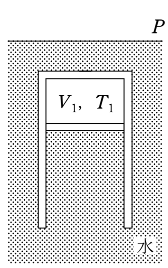

図3

［A］ 図1のように容器の上部が水面から浮き出ている場合を考える。

(1) 容器が静止しているとき，容器内の水位と外部の水位の差 $d$ (図1)を求めよ。

(2) ［A］(1)の状態から容器をひき上げて水位が容器の内と外で同じになるようにした。このとき気体の体積はもとの体積の $r$ 倍であった。$r$ を $\rho$，$d$，$g$，$P$ を用いて表せ。ただし，気体の温度変化はないものとする。

［B］ 図1の状態において気体の温度は $T$ であった。これを加熱したところ，容器は水面に浮いたままゆっくりと上昇し，気体の体積は $\frac{6}{5}$ 倍になった。

(1) この過程において気体がした仕事 $W$ を $R$，$T$ を用いて表せ。

(2) この過程において気体が吸収した熱量 $Q$ を $R$，$T$ を用いて表せ。

［C］ 図2のように容器全体が水中にある場合を考える。

(1) 容器にはたらく合力が0となるつりあいの位置の深さ $h$ (図2)を求めよ。ただし，気体の温度を $T$ とし，$\frac{\rho RT}{mP}$ は1より大きいとする。

(2) ［C］(1)のつりあいの位置に容器を固定したまま水面を加圧して $P$ の値を大きくし，その後容器の固定を外した。加圧前と比べてつりあいの位置はどうなるか。また固定を外した後の容器の動きはどうなるか。次から最も適当なものを選べ。
① つりあいの位置は深くなる。容器は上昇する。
② つりあいの位置は深くなる。容器は下降する。
③ つりあいの位置は浅くなる。容器は上昇する。
④ つりあいの位置は浅くなる。容器は下降する。
⑤ つりあいの位置は変わらない。容器は動かない。

［D］ 図3のように筒状容器全体が水中にあり，容器内の気体と水が水平な仕切りで隔てられている場合を考える。気体に熱の出入りはない。仕切りは上下になめらかに動くことができ，その体積と質量は無視できる。以下の過程では気体の圧力と体積は

「(圧力)×(体積)$^{\frac{5}{3}}$＝一定」という関係式を満たす。

(1) 初めに，気体の体積は $V_1$，温度は $T_1$ であった。容器に外力を加えてゆっくりと沈め，気体の体積を $V_2$ にした。この過程における気体の内部エネルギーの変化 $\varDelta U$ を $R$，$T_1$，$V_1$，$V_2$ を用いて表せ。

(2) ［D］(1)の過程において容器に加えた外力のする仕事を $W'$ とすると，一般に $W'$ と $\varDelta U$ は一致しない。差 $W'-\varDelta U$ に含まれる仕事やエネルギーとしてはどのようなものがあるかあげよ (60字以内)。

5 ［2014 京都大］

次の文章を読んで，$\boxed{\phantom{ア}}$ に適した式か値を，それぞれ記入せよ。また，問 1，問 2 では，指定に従って，解答をそれぞれ記入せよ。

気体が外部と熱のやりとりをすることなく行う状態変化を，断熱変化という。以下では，断熱変化を気体の分子運動および熱機関のサイクルから考えてみる。なお，気体は単原子分子理想気体とする。

(1)　断熱変化を気体の分子運動から考察するため，図 1 に示すように，周囲から断熱されたシリンダー内に気体が封入されている場合を考える。ピストンはなめらかで摩擦は生じないものとする。ここで，シリンダー内の断面積は $S$，シリンダー内の初期長さは $L$，初期体積は $V=SL$ である。シリンダー内には質量 $m$ の分子が多数存在し，運動している。

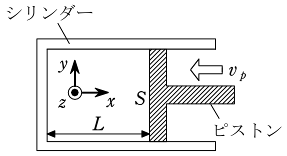


図 1

分子と完全弾性衝突するような平板でできたピストンを，速さ $v_p$ で左向きに動かし，中の気体を圧縮する場合を考える。ここでは，分子とピストンは完全弾性衝突と仮定することにより，ピストンから気体に加えた仕事がすべて気体内の運動エネルギー（＝内部エネルギー）に変換されることで，断熱条件に相当すると考える。なお，分子はピストンに比べてはるかに大きい速さで運動しているとし，以下で考察する微小時間 $\Delta t$ の間にピストンが移動する距離は初期のシリンダー長 $L$ に比べて十分小さいものとする。また，必要ならば，$a$ を任意の実数とするとき，絶対値が 1 より十分小さな実数 $\delta$ $(|\delta| \ll 1)$ に対し，$(1+\delta)^a \fallingdotseq 1+a\delta$ が成りたつとしてよい。

ここで 1 個の分子に注目しよう。この分子は $x$，$y$，$z$ 方向にそれぞれ速さ $v_x$，$v_y$，$v_z$ で運動しており，初期状態では，それらは等しいとする。ピストンが静止しているときは，分子がピストンに衝突しても，分子の $x$ 方向の速さ（絶対値）は変わらない。しかし，ピストンが速さ $v_p$ で移動している場合，分子がピストンと 1 回衝突すると，分子の $x$ 方向の速さは $\Delta v_x = 2v_p$ だけ増加する。したがって，1 回の衝突で運動エネルギー $e$ は，$\Delta v_x \ll v_x$ であることに注意すると，$\Delta e = \boxed{\text{ア}}$ だけ増加すると近似できる。この 1 個の分子の $x$ 方向の運動について微小時間 $\Delta t$ を考えると，衝突回数 $n$ は $\boxed{\text{イ}}$（分子の速さは初期の値 $v_x$ のままであると近似してよい）となる。したがって，$n$ 回の衝突により 1 個の分子のエネルギー増加量 $\Delta e_n$ は，(ア) の $n$ 倍になると近似的に考えると $\Delta e_n = \boxed{\text{ウ}} \times m{v_x}^2$ となる。ここで，$\Delta t$ の間にピストンが左側に移動する距離を $-\Delta L$（$\Delta L$ はピストンの変位で，この場合負の値であることに注意せよ）とすると，(ウ) から $v_p$ を消去して $\Delta e_n = \boxed{\text{エ}}$ と表すことができる。

以下では，上記の分子の運動が気体を構成する全分子の平均的な状態を表していると単純化して考えよう。この場合，初期状態の 1 個の分子の運動エネルギー $e$ は $x$，$y$，$z$ の運動エネルギーをあわせて $e = \boxed{\text{オ}} \times m{v_x}^2$ と表され，系の温度 $T$ はボルツマン定数 $k$ を用いて $T = \boxed{\text{カ}} \times m{v_x}^2$ となる。これに対し，$n$ 回のピストンとの衝突で増加した $x$ 方向の運動エネルギー $\Delta e_n$ が，引き続く分子間の衝突でどの方向にも均等になると考えれば，先と同様の考え方から，系の温度変化 $\Delta T$ は $\boxed{\text{キ}} \times m{v_x}^2$ となり，$\Delta T$ と $\Delta L$ の間に $\dfrac{\Delta T}{T} = \boxed{\text{ク}}$ という関係式が得られる。この関係式は，断熱圧縮あるいは断熱膨張に伴って温度が増加あるいは減少することを示している。また，前述のように $V=SL$ の関係があり，$S$ は一定であるので $L$ と $V$ は比例関係にあるものとして，$TV^{\frac{2}{3}} =$ 一定 という関係式が得られる。なお，これを圧力 $p$ と体積 $V$ の関係式で書きかえると $p \times \boxed{\text{ケ}} =$ 一定 となる。

(2)　断熱変化を含む熱機関のサイクルを考える。熱機関のサイクルの装置には，単原子分子理想気体が 1 mol 入っており，摩擦は生じないものとする。気体定数を $R$ とするとき，装置内に入っている気体の定積モル比熱は $\dfrac{3}{2}R$ である。図 2 に示すように，断熱変化と定積変化からなる熱機関のサイクル ① を考える。体積 $V_A$ の状態 A から体積 $V_B$ の状態 B になるまで断熱圧縮した。次に，状態 B から状態 C になるまで定積で加熱したのち，状態 C から状態 D になるまで断熱膨張した。最後に，状態 D から状態 A になるまで定積で放熱した。

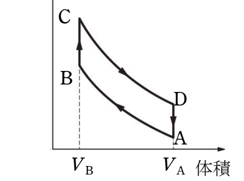


図 2

状態 A の温度を $T_A$，状態 B の温度を $T_B$，状態 C の温度を $T_C$ $(T_C > T_B)$，状態 D の温度を $T_D$ $(T_D > T_A)$ とすると，1 サイクルにおいて，気体が外部から吸収した熱量は $\boxed{\text{コ}}$ であり，気体が外部に放出した熱量は $\boxed{\text{サ}}$ となる。したがって，このサイクルの熱効率は $\boxed{\text{シ}}$ となる。理想気体の断熱変化では，分子運動モデルで示したように，$TV^{\frac{2}{3}} =$ 一定 である。この関係式を用いると，体積の比 $\dfrac{V_A}{V_B}$ を $\varepsilon$ $(\varepsilon > 1)$ とした場合のサイクル ① の熱効率は $\boxed{\text{ス}}$ となり，このサイクルの熱効率は体積比のみに依存することがわかる。

次に，熱機関のサイクルにおける断熱変化と等温変化の相違について考えてみる。図 2 で考えたサイクル ① に対し，次の 1. と 2. のような変化を伴うサイクル ② を考える（状態 A および状態 C はそのままである）。

1.　状態 A から等温圧縮で状態 B′ となり，その後，定積加熱で状態 C に至る
2.　状態 C から等温膨張で状態 D′ となり，その後，定積放熱で状態 A に至る

問 1　図 2 にサイクル ② の状態変化を破線で図示せよ。ただし，両者が重なるところは実線とせよ。なお，状態 B と状態 B′ および状態 D と状態 D′ の違いがわかるように図示すること。また，サイクル ① とサイクル ② で，気体が外部にする仕事はどちらが大きいかを，図を使って説明せよ。

問 2　図 3 にサイクル ① の状態変化を実線で，サイクル ② の状態変化を破線で図示せよ。ただし，両者が重なるところは実線とせよ。なお，状態 B と状態 B′ および状態 D と状態 D′ の違いがわかるように図示すること。

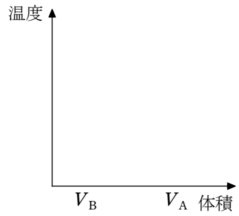


図 3

6［2006 東京工業大］

十分な長さをもつ水平な円筒状シリンダー内に，なめらかに動く断面積 $A\,[\mathrm{m^2}]$ のピストンがあり，内部に単原子分子の理想気体が閉じ込められている。シリンダーは温度が調節できる熱源に接触している。また，ピストンには，シリンダーの中心軸上を通る重さの無視できる糸で，滑車を用いておもりをつり下げることができる。周囲の圧力を $P_0\,[\mathrm{Pa}]$，重力加速度の大きさを $g\,[\mathrm{m/s^2}]$ とする。

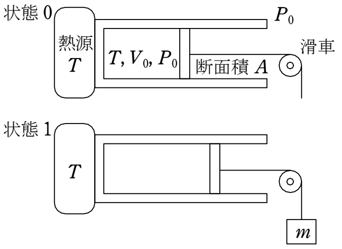

図 1

［A］ 図 1 のように，熱源の温度が $T\,[\mathrm{K}]$，おもりをつるしていない状態では，気体の温度は $T\,[\mathrm{K}]$，体積は $V_0\,[\mathrm{m^3}]$，圧力は周囲の圧力と等しく $P_0\,[\mathrm{Pa}]$ であり，これを状態 0 とする。内部の気体の温度が変化しないようにゆっくりとおもり $m\,[\mathrm{kg}]$ をつるすと，ピストンはある位置で静止し状態 1 となった。次に，おもりをつるしたまま，熱源の温度を十分時間をかけて $T'\,[\mathrm{K}]$ へ上昇させて状態 2 とした。

(1) 状態 1 における気体の圧力 $P_1\,[\mathrm{Pa}]$ と状態 2 における気体の体積 $V_2\,[\mathrm{m^3}]$ を求めよ。また，状態 1，状態 2 を図 2 の圧力 $P$- 体積 $V$ グラフにそれぞれ点 $S_1$，$S_2$ として示し，状態 0 と状態 1 の圧力差を記入せよ。ただし，図 2 の点 $S_0$ は状態 0 を，破線は $T$ および $T'$ の等温線を示している。

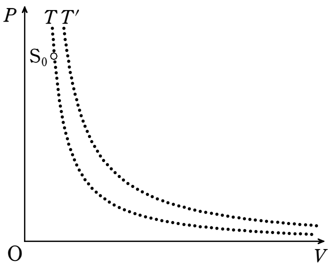

図 2

(2) 状態 1 から状態 2 への過程で気体が外部にした仕事 $W_{12}\,[\mathrm{J}]$，および熱源からシリンダー内の気体へ入った熱量 $Q_{12}\,[\mathrm{J}]$ を求めよ。

［B］ 熱源の温度を $T$ にし，おもりをはずして気体を状態 0 に戻した。

(3) ここから，気体の温度が変化しないように，ゆっくりとつるすおもりの質量を 0.5 kg ずつ増やし，ピストンの運動を観察した。すると，おもりの質量が 25.5 kg になったときに，おもりは止まることなく落下した。$A=0.00245\,\mathrm{m^2}$，$g=9.80\,\mathrm{m/s^2}$ とし，$P_0$ がとり得る値の範囲を求めよ。

［C］ 図 3 のように，シリンダーとピストンを体積の無視できるばね定数 $k\,[\mathrm{N/m}]$ のばねで連結し，熱源の温度を $T$ にした。おもりをつるしていない状態では，気体の温度，圧力，体積は状態 0 と同じであり，これを状態 3 とする。ここから，内部の気体の温度が変化しないようにゆっくりとおもり $m$ をつるして状態 4 とし，次に，熱源の温度を十分時間をかけて $T'$ へ上昇させて状態 5 とした。

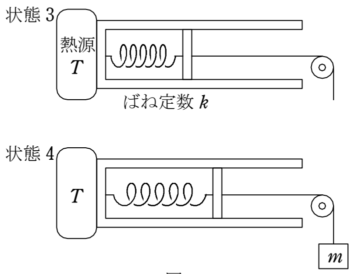

図 3

(4) 状態 3 から状態 4 への体積変化を $\Delta V_{34}\,[\mathrm{m^3}]$ として，状態 4 における気体の圧力 $P_4\,[\mathrm{Pa}]$ を求めよ。

(5) 図 4 の $P$–$V$ グラフに $S_1$，$S_2$ を再び示し，状態 4，状態 5 をそれぞれ点 $S_4$，$S_5$ として示せ。また，$S_4$，$S_5$ を通る直線の傾き，および $S_4$，$S_5$ を通る直線と $S_1$，$S_2$ を通る直線の交点の体積を求めよ。ただし，図 4 の点 $S_3$ は状態 3 を，破線は $T$ および $T'$ の等温線を示している。

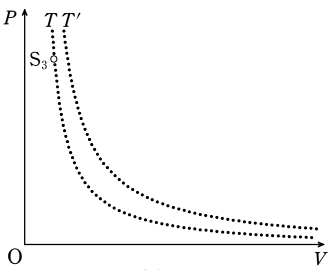

図 4

7［2006 東京大］

熱エネルギーを動力に変える，ある熱機関の原理について考えよう。気体定数を $R$ とし，以下の設問に答えよ。

［A］ まず，図 1 に示すように，鉛直方向に動くピストン 1 をもった断面積 $A_1$ のシリンダ 1 について考える。ピストン 1 の軸は，カムとよばれる半径の変化で物体を押して運動させる機構と接触しており，接触面はなめらかで摩擦がない。カムの回転によってピストン 1 は上下に移動し，ピストン 1 の下部空間の高さ，上部空間の高さは 0 と $H$ の間で変化する。カムの回転角に対する下部空間の高さ $h_1$ の変化は図 2 で与えられる。ここでカムの回転角は図 1 左側の場合を 0° とし，反時計まわりを正の回転の向きとする。シリンダ内の空間には $N$ mol の理想気体が封入されている。ピストン 1 とシリンダ 1 側壁との間にはすき間があり，上下両空間の間で気体が移動することにより，両空間の圧力はつねに等しい。シリンダ 1 の底と天井は，絶対温度 $T$ がそれぞれ $T_1$，$T_2\,(T_1<T_2)$ の熱源となっており，気体が移動しても下部空間と上部空間の気体の温度はそれぞれ $T_1$，$T_2$ に保たれる。ピストン 1 およびシリンダ 1 側壁は断熱性がよく，それらと気体との間の熱量の移動は無視できる。また，ピストン 1 とシリンダ 1 側壁との間のすき間の体積およびピストン軸の体積は，全体の容積に比べて十分小さく無視できる。

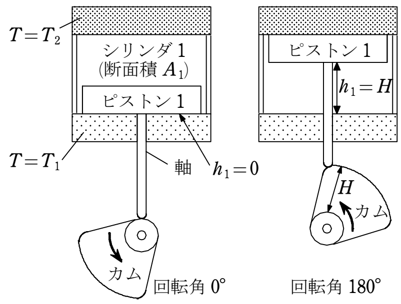

図 1

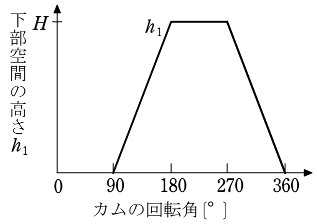

図 2

(1) ピストン 1 が 1 往復する間にシリンダ 1 の天井から奪われる熱量 $Q$ はどれだけか。封入気体の定積モル比熱を $C$ とする。

(2) シリンダ内の圧力 $P$ を，ピストン 1 の下部空間の高さ $h_1$ を含む式で書き表せ。

［B］ 次に，図 3 に示すように断面積 $A_2$ のシリンダ 2 をカムの横に設置した場合について考える。ピストン 2 とシリンダ 2 側壁との間にはすき間がなく，気密性が保たれる。ピストン 2 はやはりカムの回転によって移動し，シリンダ 2 内の空間の高さ $h_2$ は 0 と $H$ の間で変化する。図 4 に示されているように，カムの回転角に対して，$h_2$ は $h_1$ より 90° 先行して変化する。シリンダ 2 内の空間とシリンダ 1 の下部空間とは容積の無視できる連絡パイプでつながれ，両シリンダ内の空間の圧力はつねに等しい。その圧力は大気圧より高く，ピストン 2 の軸とカムが離れることはない。シリンダ 2 全体は絶対温度 $T_1$ の熱源とみなせ，その中の気体の温度はつねに $T_1$ に保たれる。

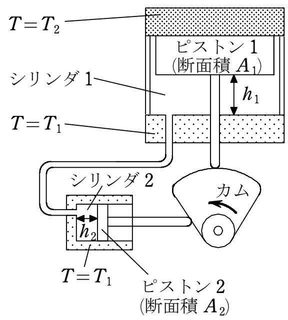

図 3

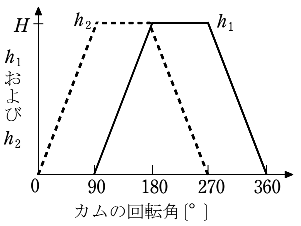

図 4

$A_2=\dfrac{1}{2}A_1$，$T_2=2T_1$ の場合について以下の設問に答えよ。

(1) カムが 1 回転するときの圧力 $P$ とシリンダ 2 の容積 $V$ との関係を図（$P$–$V$ グラフ）に表せ。ただし，カムの回転角が（ア）0°，（イ）90°，（ウ）180°，（エ）270° のときの圧力と容積を明記せよ。

(2) カムを回し続けることにより正味の動力（仕事）を取り出すことができるのは正負どちらの回転の向きか答え，その理由をシリンダ内の圧力変化から説明せよ。また，そのときの 1 回転当たりの仕事量を求めよ。ただし，$P$–$V$ グラフにおける（ア），（イ），（ウ），（エ）各点の間の変化を直線で近似してもよい。