

1 [2012 東京工業大]

面積 S の同じ形状をもつ導体極板 A と B が間隔 d で向かいあわせに配置された平行板コンデンサーを、真空中に置く。このコンデンサーの極板間に、導体極板と同じ形状をもつ面積 S の金属板 P を、極板 A から距離 x を隔てて極板に対して平行に置く。真空の誘電率を ϵ_0 として次の問いに答えよ。ただし、極板端面および金属板端面における電場の乱れはなく、電気力線は極板間に限られるものとする。導線、極板、金属板の抵抗、重力は無視する。また金属板の厚さも無視する。

[A] 図1のように、極板 A と B は、スイッチ SW を介して接続され、極板 A は接地されている。

- スイッチ SW が開いているとき、極板 A, B 間の電気容量を求めよ。
- スイッチ SW を閉じた後、金属板 P を電気量 Q の正電荷で帯電させる。この電荷によって極板 A と B に誘導される電気量を、それぞれ求めよ。
- (2)において、コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーを求めよ。
- (2)の状態から、金属板 P を電気量 Q の正電荷で帯電させたまま、金属板の位置を x から $x + \Delta x$ まで微小変位させる。この変位による、コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーの変化量を求めよ。ただし、 x, d に比べて $|\Delta x|$ は十分小さく、 $(\Delta x)^2$ は無視できるものとする。微小変位によりエネルギーが変化することは、金属板 P は力を受けていることを意味する。微小変位の間は金属板 P にはたらく力の大きさは一定であるとみなして、この力を求めよ。ただし、極板 A から B に向かう向きを力の正の向きとする。

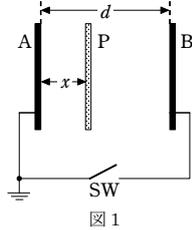


図1

[B] 次に、質量 m の金属板 P を電気量 Q の正電荷で帯電させたまま、図2のように自然の長さ $\frac{d}{2}$ 、ばね定数 k の2つの同じ絶縁体のばねに接続する。ばねの他端は、固定された極板 A と B にそれぞれつながれている。この金属板は、極板 A, B と平行を保ったまま、極板に垂直な方向にのみ動くことができる。極板 A と B は、電流計を介して接続され、極板 A は接地されている。ばねを接続したことによる電気容量の変化、電流計の抵抗、金属板の振動による電磁波の発生は無視する。

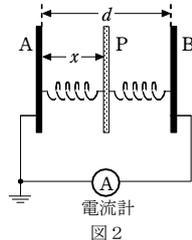


図2

- 金属板 P の位置を $x = \frac{d}{4}$ に移動させてからはなす。このとき、金属板 P が単振動するために必要となる Q に求められる条件を k, ϵ_0, S, d を用いて表せ。また、この条件を満たすとき、単振動の角振動数を求めよ。
- (5)の条件で金属板 P が単振動しているとき、電流計には振動電流が観測される。この電流の最大値 I_{\max} を求めよ。導線を通る電流 I は、微小時間 Δt の間に導線の断面を Δq の電気量が通過するとき、 $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ と定義される。

2 [2009 東京工業大]

図1のように、真空中に、面積 S の2枚の水平な金属円板からなる平行板コンデンサーがある。平行板コンデンサーの下電極はつねに固定されているが、上電極は鉛直方向のみに自由に動くことができる。下電極の位置を基準とし、鉛直上向きを正とする座標 x を考える。上電極の質量を m 、重力加速度の大きさを g 、真空の誘電率を ϵ_0 とする。ただし、電極間の距離はつねに金属円板の半径より十分に小さいものとする。また、電極の厚さ、および電極の振動によって発生する電磁波は無視できるとして次の問いに答えよ。

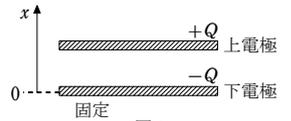


図1

[A] 平行板コンデンサーの上下電極に、それぞれ $+Q$ および $-Q$ ($Q > 0$) の電荷をたくわえ、はじめに上電極を $x = D$ の位置に外力によって固定した。

- 外力を変化させ、上電極を位置 $x = D$ から $x = D + d$ に移動させた。コンデンサーにたくわえられている静電エネルギーの変化 ΔU を求めよ。
- 静電エネルギーの変化をもとに、上電極の位置が $x = D$ のときに、極板間にはたらく静電気力の大きさ F_E を求めよ。

(3) 図2のように、ばね定数 k の重さが無視できるばねを上電極に取り付け、ばねの上端を固定した。このとき、上電極は $x = D$ の位置で外力によって支えられており、ばねは自然の長さである。上電極を支えていた外力をはずしたところ、上電極は下電極に接触することなく単振動を始めた。上下電極の間隔が最もせまいとき、下電極の電位を基準として上電極の電位 V_1 を求めよ。ただし、上下電極にはそれぞれ $+Q$ および $-Q$ の電荷がつねにたくわえられており、ばねに電荷が逃げることはないものとする。



図2

[B] 図1の平行板コンデンサーの上下電極を完全に放電したあと、図3に示すように厚さ $\frac{1}{2}D$ 、誘電率 $3\epsilon_0$ 、面積 S の誘電体円板を、下電極に完全に重なるように置き、電流計と起電力 V_0 の電池を接続した。さらに外力を用いて、図4に示すように、上電極の位置が $x = D$ から $x = D + a$ の間で周期 T をもって周期運動するように動かした。上電極は時刻 $\frac{1}{2}nT$ から $\frac{1}{2}(n+1)T$ (n は0以上の整数)の間、一定の速度で動いている。電池と電流計の内部抵抗は無視できるものとする。

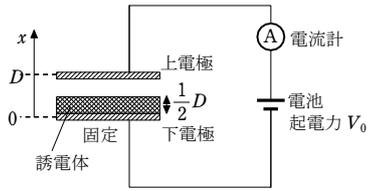


図3

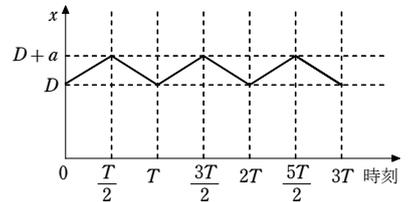


図4

- $0 < t < \frac{1}{2}T$ を満たすある時刻

t において、上電極は $x = D + b$ の位置にあった ($0 < b < a$)。平行板コンデンサーの電気容量 C' を求めよ。また、平行板コンデンサーの上電極にたくわえられている電荷量 Q' を求めよ。

- a は D に比べて十分に小さいとして、(4)で求めた Q' の近似値を求めてみよう。(4)で求めた Q' は、上電極の位置が $x = D$ のときのコンデンサーの電気容量を C_0 とすると、

$$Q' = \boxed{\text{ア}} (1 + \boxed{\text{イ}})^{-1}$$

と書ける。ここで $b < a$ であるので、 b は D に比べて十分に小さい。そのため、(イ)は1よりも十分に小さい。1より十分に小さい z ($|z| \ll 1$) に対して成り立つ近似式 $(1+z)^{-1} = 1-z$ を使うと Q' は

$$Q' = \boxed{\text{ア}} (1 - \boxed{\text{イ}})$$

と近似できる。(ア)と(イ)を求めよ。

- (5)で求めた Q' の近似値を用いて、電流計が示す電流の変化のようすを時刻0から $2T$ の範囲で図5に図示せよ。また、電流計が示す電流の最大値 I_m を答えよ。ただし、電池の正極から電流が流れ出すときの電流値を正とする。また、時刻が $\frac{1}{2}nT$ 付近

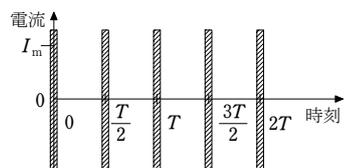


図5

(図5の斜線の領域)におけるようすは示さなくてよい。

3 [2001 東京工業大]

図1のように、電気容量の同じコンデンサー2つと抵抗、スイッチおよび電圧 V の電池とからなる電気回路がある。コンデンサー1に向かって電流計を流れる電流の向き(図の矢印の向き)を正の向きとする。

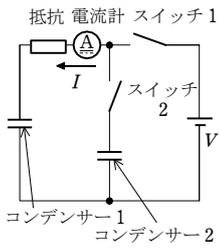


図1

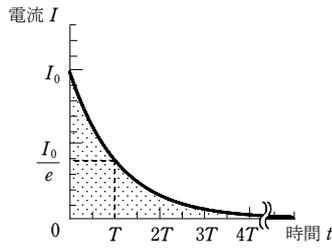


図2

(1) 抵抗の値を R とし、コンデンサーを放電しておく。スイッチ2は開いたままでスイッチ1を閉じたあと、電流計に流れる電流 I の時間変化を記録すると、図2のような結果を得た。スイッチ1を閉じた時刻 $t=0$ で I_0 であった電流は、時間とともに減少する。自然対数の底を e として、電流が $\frac{I_0}{e}$ に減少した時刻を $t=T$ とすると、図2の影を付けた部分の面積は $I_0 T$ となる。このことを使って、コンデンサーの電気容量 C を、 T と R を用いて表せ。

(2) 抵抗の値を $\frac{R}{2}$ にして(1)

と同じ測定をすると電流はどのように変化するか。電流の時間変化の特徴をとらえた概略図を図3にかけ。

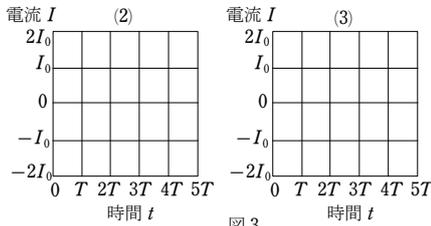


図3

(3) 抵抗の値を R にもとし、(1)の実験でコンデンサー1が充電されたあとスイッチ1を開き、続いてスイッチ2を閉じた。電流計にはどのように電流が流れるか。スイッチ2を閉じた時刻を $t=0$ とし、電流の時間変化の特徴をとらえた概略図を図3にかけ。

(4) (3)でスイッチ2を閉じてから電流変化がなくなるまでに R の抵抗で消費される電気エネルギー W を、 C と V を用いて表せ。

4 [2017 東京大]

太陽電池は、光を電気に変換する素子である。ここでは、太陽電池を図1に示す記号を用いて表し、その出力電流 I は図中の矢印の向きを正とする。また、図中の端子 b を基準とした端子 a の電位を出力電圧 V とする。このとき、 V と I の関係は、図2のようになり、下記の式(i)、(ii)で表されるものとする。

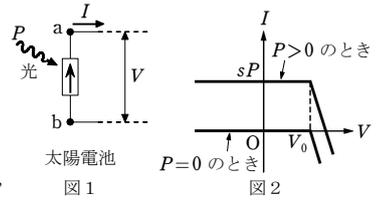


図1

図2

(i) $V \leq V_0$ のとき、 $I = sP$

(ii) $V > V_0$ のとき、 $I = sP - \frac{1}{r}(V - V_0)$

ここで、 P は照射光の強度、 r 、 s 、 V_0 は全て正の定数である。以下の設問に答えよ。ただし、回路の配線に用いる導線の抵抗は無視してよい。

[A] 図3のように、太陽電池の端子間に電気容量 C のコンデンサーを接続した。このとき、コンデンサーに電荷は蓄えられていなかった。この状態で、時刻 $t=0$ から一定の強度 P_0 の光を照射したところ、図4のように電流 I が変化した。

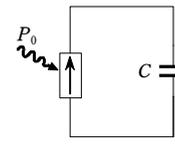


図3

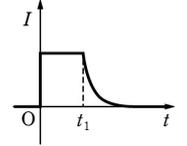


図4

(1) 図4中の時刻 t_1 を求めよ。

(2) 十分に時間が経過した後コンデンサーに蓄えられた電荷を求めよ。

[B] 図5のように、太陽電池の端子間に抵抗値 R の抵抗を接続し、強度 P_0 の光を照射した。 R を変化させたとき、ある R_0 を境に、 $R \leq R_0$ の範囲では、抵抗を流れる電流 I が R によらず sP_0 となり、 $R > R_0$ の範囲では、 R の増加とともに電流 I が減少した。

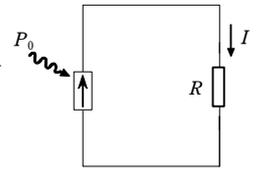


図5

(1) R_0 を求めよ。

(2) $R > R_0$ のときの電流 I を、 P_0 、 r 、 s 、 V_0 、 R を用いて表せ。

(3) r が R_0 に比べて十分小さいとき、抵抗で消費される電力が最大となる R の値と、そのときの電力を求めよ。

[C] 図6のように、2つの太陽電池1、2と抵抗値 R の抵抗を直列に接続した。太陽電池1に強度 P_0 の光を、太陽電池2に強度 $2P_0$ の光を同時に照射した。ただし、 $P_0 = \frac{V_0}{rs}$ とする。太陽電池1、2の出力電圧をそれぞれ V_1 、 V_2 とし、抵抗を流れる電流を I とする。

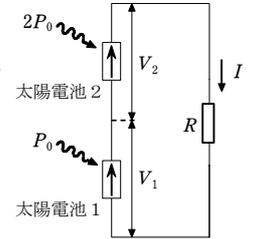


図6

(1) R を調整したところ、 $I = \frac{1}{2}sP_0$ となった。 V_1 、 V_2 を求めよ。

(2) (1)のとき R が r の何倍になるか答えよ。

(3) 次に、 $R=r$ とした。 V_1 、 V_2 はどのような範囲にあるか。以下から正しいものを1つ選んで答えよ。

ア. $V_1 \leq V_0$ かつ $V_2 \leq V_0$ イ. $V_1 \leq V_0$ かつ $V_2 > V_0$

ウ. $V_1 > V_0$ かつ $V_2 \leq V_0$ エ. $V_1 > V_0$ かつ $V_2 > V_0$

(4) (3)の状態において、 I 、 V_1 、 V_2 を求めよ。

5 [1996 早稲田大]

一般にニクロム線などの抵抗体は温度が上昇すると電気抵抗が増加する。また、抵抗体に電流を流すとジュール熱を生じて温度は上昇する。したがって、発熱を考えた場合の抵抗体の両端の電圧と流れる電流の関係は単純な比例関係にはならない。このことを具体的に考えてみよう。

実際の測定をしてみると、ある抵抗体の温度 T [°C] と長さ 1 m 当たりの電気抵抗 r [Ω] は次式の関係があった。ただし、 a と r_0 はそれぞれ抵抗体の温度係数と 0°C での電気抵抗を表す正の定数である。

$$r = aT + r_0$$

また、抵抗体の温度 T [°C] が、周囲の温度 T_0 [°C] より高いと、抵抗体からは温度差に比例した熱が外部に逃げていくが、長さ 1 m の抵抗体から 1 秒間当たりの逃げる熱量 ΔQ [J] を、

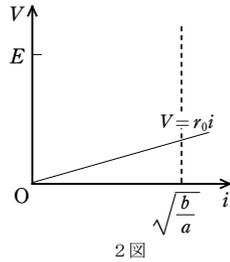
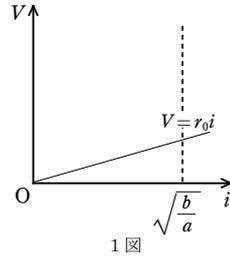
$$\Delta Q = b(T - T_0)$$

とする。ここで、 b は放熱の速さを表す正の定数である。以下では、周囲の温度 T_0 が 0°C で一定であるとして、それぞれの問いに答えよ。

- (1) 長さ 1 m の抵抗体に電圧 V [V] をかけて電流を流して発熱させると、定常状態で抵抗体の温度 T はどのようになるか。 T を V , a , b , r_0 で表せ。
- (2) 定常状態で、この抵抗体の両端の電圧 V と流れる電流 i の関係を表す式を導き、 V を i , a , b , r_0 で表せ。
- (3) 横軸に電流 i 、縦軸に電圧 V をとって、この抵抗体の電流-電圧特性のグラフの概

略を 1 図にかけ。ただし、電流 i の範囲は 0 から $\sqrt{\frac{b}{a}}$ とし、グラフの特徴がわかるように記入すること。なお、参考のために電気抵抗が温度に依存しないときの関係 $V = r_0 i$ が記入してある。

- (4) この抵抗体に起電力 E [V]、内部抵抗 R [Ω] の電池を接続したとき流れる電流を i_E として、 i_E とこのときの抵抗体の両端の電圧 V_E を (3) でかいたグラフを使って求める方法を 2 図に記入して示せ。ただし、 $\frac{E}{R} < \sqrt{\frac{b}{a}}$ とする。また、電池との接続による熱の移動や電気抵抗の増加は考えなくてよい。



6 [2004 東京大]

図 1 に示すように直交座標系を設定する。初速度の無視できる電荷 q ($q > 0$)、質量 m の陽子が、 y 軸上で小さな穴のある電極 a の位置から電極 a , b 間の電圧 V で y 軸の正の向きに加速され、 z 軸に垂直で y 軸方向の長さが l の平板電極 c , d

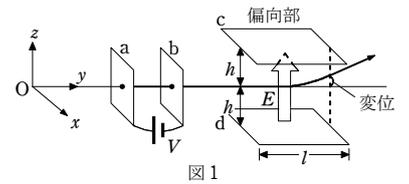


図 1

($z = \pm h$) からなる偏向部に入る。 c , d 間には z 軸の正の向きに強さ E の一様な電場(電界)が加えられている。これらの装置は真空中にある。電場は平板電極 c , d にはさまれた領域の外にはもれ出ておらず、ふちの近くでも電極に垂直であるとし、地磁気および重力の影響は無視できるとする。

- (A) 電極 b の穴を通過した瞬間の陽子の速さ v_0 を、 V , q , m を用いて表せ。
- (B) その後、陽子は直進し、速さ v_0 のままで偏向部に入る。
 - (1) 陽子が電極 c に衝突することなく偏向部を出る場合、その瞬間の z 座標(変位) z_1 を、 v_0 , q , m , l , E を用いて表せ。
 - (2) E がある値 E_1 より大きければ陽子は電極 c に衝突し、小さければ衝突しない。その値 E_1 を、 V , l , h を用いて表せ。
- (C) 陽子の代わりに α 粒子(電荷 $2q$ 、質量 $4m$) を用いて同じ V , E の値で実験を行ったところ、偏向部を出る瞬間の z 座標(変位)は z_2 であった。 z_2 を、 z_1 を用いて表せ。
- (D) E の値を E_1 に固定し、電極 c , d にはさまれた領域に x 軸の正の向きに磁束密度 B ($B > 0$) の一様な磁場(磁界)を加え、再び陽子を用いて実験した。
 - (1) B をある値 B_1 にしたところ、陽子は偏向部を直進し、偏向部を通過するのに時間 T_1 を要した。 B_1 と T_1 を、 v_0 , E_1 , l を用いてそれぞれ表せ。
 - (2) B をある値 B_2 ($0 < B_2 < B_1$) にしたところ、陽子が偏向部を出る直前の z 座標(変位)は z_3 ($z_3 > 0$) であった。このときの陽子の速さ v_1 を、 q , m , V , E_1 , z_3 を用いて表せ。
 - (3) B を $0 < B < B_1$ の範囲内で変化させて実験をくり返し、陽子が偏向部を通過するのに要する時間 T を測定した。このとき、 B と T の関係を表すグラフはどのようになるか。図 2 の(ア)~(オ)の中から最も適当なものを 1 つ選べ。

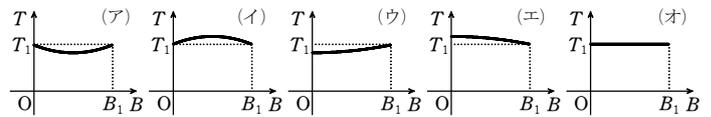


図 2

7 [2007 東京大]

図1(a)のように、導体でできた中空の円筒を鉛直に立て、その中に円柱形の磁石をN極が上になるようにしてそっと落としたり、やがてある一定の速さで落下した。これは、磁石が円筒中を通過するとき、電磁誘導によりそのまわりの導体に電流が流れるためである。磁石の落下速度がどのように決まるかを理解するために、導体の円筒を、図1(b)のように、等間隔で積み上げられたたくさんの閉じた導体リングで置き換えて考えてみる。

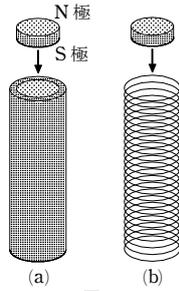


図1

[A] まず、図2のように、1つのリングだけが水平に固定されて置かれており、そのリングの中心を磁石が一定の速さ v で下向きに通り抜ける場合を考える。 z 座標を、リングの中心を原点として、鉛直上向きが正になるようにとる。磁石は z 軸にそって、 z 軸の負の向きに運動することに注意せよ。

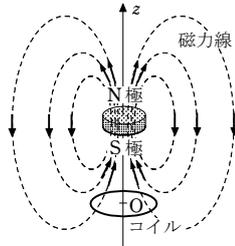


図2

- (1) 磁石がリングに近づくときと遠ざかるとき、それぞれにおいて、リングに流れる電流の向きと、その誘導電流が磁石に及ぼす力の向きを答えよ。電流の向きは上向きに進む右ねじが回転する向きを正とし、正負によって表せ。
- (2) 磁石の中心の座標が z にあるとき、 $z=0$ に置かれたリングを貫く磁束 $\Phi(z)$ を、図3のように台形関数で近似する。すなわち磁束は、区間 $-b \leq z \leq -a$ で0から最大値 Φ_0 に一定の割合で増加し、区間 $a \leq z \leq b$ で最大値 Φ_0 からふたたび0に一定の割合で減少するとする。ここで磁束の正の向きを上向きにとった。磁石が通過する前後に、このリングに一時的に誘導起電力が現れる。その大きさを Φ_0 、 v 、 a 、 b を用いて表せ。
- (3) リング一周の抵抗を R としたとき、誘導起電力によって流れる電流の時間変化 $I(t)$ のグラフをかけ。リングに電流が流れはじめる時刻を時間 t の原点にとり、電流の正負と大きさ、電流が変化する時刻も明記せよ。ただし、リングの自己インダクタンスは無視してよい。

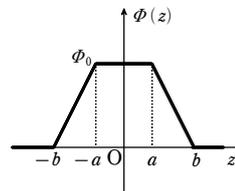
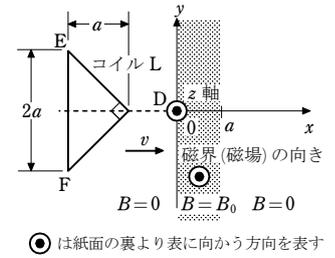


図3

- [B] 次に、図1(b)のように、鉛直方向に[A]で考えたリングを密に積み上げ、その中を[A]と同じ磁石が落下する場合を考える。鉛直方向の単位長さ当たりのリングの数を n とする。
- (1) リングに電流が流れるとジュール熱が発生する。磁石が速さ v で落下するとき、積み上げられたリング全体から単位時間当たりに発生するジュール熱を求めよ。
 - (2) 磁石の質量を M 、重力加速度の大きさを g としたとき、エネルギーの保存則を用いると磁石が一定の速さで落下することがわかる。その速さ v を求めよ。ただし、このとき空気の抵抗は無視できるものとする。
- [C] 図1(a)で、磁石のN極とS極を逆にして実験を行うと、磁石はどのような運動を行うか。その理由も示せ。

8 [2003 東京工業大]

図のように、 $+z$ 方向を向いている磁界(磁場の磁束密度の大きさ B が、 xy 平面内で $0 \leq x \leq a$ では $B = B_0$ (定数)、それ以外では $B = 0$ となっている空間がある。この空間に底辺の長さが $2a$ 、高さが a であるような直角二等辺三角形 DEF (頂点 D が直角) の1回巻きコイル L を、そのコイル面が xy 平面と一致するように置く。そして図のように線分 EF の中点から頂点 D に向かう方向が x 軸と一致するようにして、 $+x$ 方向に一定の速さ v で移動させる。



なお、コイルの抵抗を R とし、導線の太さは無視する。設問(1)~(4)では、コイルの自己インダクタンスは無視するものとする。また、時刻 $t=0$ では頂点 D が $x=0$ にある。

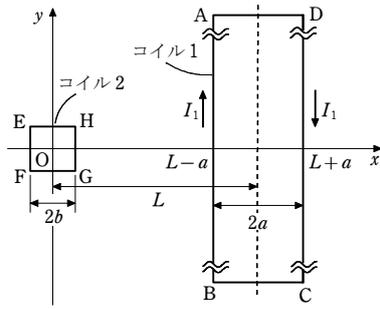
- (1) 次の枠内に入る式を答えよ。

コイル L を貫く磁束 Φ は、 $+z$ 方向を正として $0 < t \leq \frac{a}{v}$ では $\Phi_1(t) = \text{ア}$ となり、 $\frac{a}{v} < t \leq \frac{2a}{v}$ では $\Phi_2(t) = \text{イ}$ となる。 $0 < t \leq \frac{a}{v}$ では時刻が t から微小時間 Δt だけ経過して $t + \Delta t$ になったときの磁束 Φ_1 の変化量 $\Delta \Phi_1$ は、 $\Delta \Phi_1 = \text{ウ}$ となる。このとき Δt の項に比較して $(\Delta t)^2$ の項が小さいとして無視すれば、コイルに誘起される誘導起電力 $V_1(t)$ は、 $D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow D$ に沿って発生する起電力を正として $V_1(t) = \text{エ}$ と表すことができる。同様に、 $\frac{a}{v} < t \leq \frac{2a}{v}$ の誘導起電力は $V_2(t) = \text{オ}$ となる。
- (2) $0 < t \leq \frac{a}{v}$ でコイル L に流れる電流 I の時間変化をグラフに示せ。この間での電流 I の大きさの最大値 I_m を求めよ。ただし、 $D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow D$ に沿って流れる電流の向きを正とせよ。
- (3) $0 < t \leq \frac{a}{v}$ でコイル L がジュール熱として消費している電力 P を、時刻 t の関数として表せ。
- (4) コイル L を一定の速さ v で移動させるために外から加えている力 F を、 $0 < t \leq \frac{a}{v}$ で時刻 t の関数として求めよ。ただし $+x$ 方向に加えている力を正とする。また $0 < t \leq \frac{2a}{v}$ でコイル L に加えている力 F を、 $+x$ 方向を正としてグラフにおおよその形を示せ。
- (5) 次に、コイル L の自己インダクタンスが無視できない場合を考える。 $0 < t \leq \frac{a}{v}$ のときの電流の大きさは、同じ時刻 t で比較した場合、上記(2)で調べた電流の大きさよりも大きくなるか、小さくなるか、あるいは変わらないかを答えよ。また、そのように考えた理由を 50 字以内で記せ。

9 [2011 京大]

次の文を読んで、 に適した式を記入せよ。なお、 はすでに で与えられたものと同一のものを表す。また、問では指示に従って、解答せよ。

図のように長方形の導線 ABCD からなるコイル 1 と、正方形の導線 EFGH からなるコイル 2 が xy 平面内に置かれている。コイル 2 の中心は原点 O にあり、導線 FG と EH は x 軸に平行、導線 EF と GH は y 軸に平行な直線で、長さはいずれも



$2b$ である。コイル 2 の電気抵抗は R である。コイル 1 の中心は x 軸上の位置 $(L, 0)$ にあり、導線 AB と CD の間隔は $2a$ でそれぞれ $x=L-a$ と $x=L+a$ の y 軸に平行な直線である。2つのコイルは重ならない $(L > a+b)$ とする。コイル 1 の導線 AB と CD の長さは、コイル 1 の幅 $2a$ やコイル 2 の一辺 $2b$ 、および、コイル 1 とコイル 2 の中心間の距離 L に比べて十分大きい。したがって、 x 軸の近くでは、導線 AD と BC に流れる電流がつくる磁界(磁場)の強さは、導線 AB や CD に流れる電流がつくる磁界に比べて十分小さく、無視できる。また、 x 軸の近くでは、導線 AB や CD に流れる電流がつくる磁界は、無限に長い直線電流がつくる磁界とすることができる。これらのコイルは真空中に置かれており、真空の透磁率を μ_0 とする。

(1) まず、コイル 1 の ADCB の向きに電流 I_1 を流したときにできる磁界について考えよう。導線 AB に流れる電流 I_1 が x 軸の近くの位置 (x, y) (ただし、 $x=L-a$ を除く) につくる磁界は、紙面に垂直に裏から表に向かう向きを正として、 である。 x 軸の近くの位置 (x, y) (ただし、 $x=L \pm a$ を除く) にコイル 1 がつくる磁界は、導線 AB と CD の寄与を加えて となる。

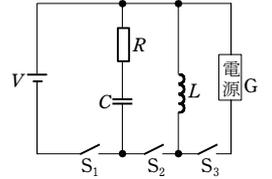
(2) コイル 1 に流れる電流がつくる磁界のもとで、中心が原点にあるコイル 2 を貫く磁束について考えよう。ただし、以下では、 $L-a$ はコイル 2 の一辺 $2b$ に比べて十分大きいとし、 $|x|$ や $|y|$ が $L-a$ に比べて十分小さいような原点付近の位置 (x, y) における磁界を考える。ここで、実数 ϵ の絶対値が 1 に比べて十分小さいときに成立する近似式 $\frac{1}{1-\epsilon} \approx 1+\epsilon$ を用いると、コイル 1 の ADCB の向きに電流 I_1 を流したとき、導線 AB に流れる電流がつくる磁界 は、 xy 平面内の原点付近の位置 (x, y) では、紙面に垂直に裏から表に向かう向きを正として、 と近似できる。この近似を導線 CD にも適用すると、コイル 1 に流れる電流が xy 平面内の原点付近につくる磁界は のように x の 1 次関数で近似できる。以下でも、 b や $|x|$ は $L-a$ に比べて十分小さく、近似式 が成立する範囲内で考える。このとき、コイル 2 を貫く磁束は、コイル 2 の中心での磁束密度に、コイル 2 の面積を乗じた値として計算できるので、 となる。コイル 1 に流れる電流が時間変化するとき、コイル 2 に誘導起電力が発生する。このとき、コイル 1 とコイル 2 からなる回路の相互インダクタンスは となる。

(3) 次に、コイル 1 の ADCB の向きに流す電流 I_1 は一定とし、正方形コイル 2 を x 軸にそって正の向きに一定の速さ v で移動させる場合を考えよう。時刻 t におけるコイル 2 の中心の x 座標を vt とする。コイル 2 の運動は原点付近にかぎり、2つのコイルは重ならず、また、(2)と同様に、 b や vt は $L-a$ に比べて十分小さく、近似式 が成立するものとする。時刻 t において、コイル 2 を貫く磁束は となる。コイル 2 の電気抵抗の値は R であるから、コイル 2 に生じる誘導起電力によりコイル 2 に流れる電流は、EFGH の向きを正として となる。ただし、コイル 2 の自己インダクタンスは無視できるとする。このとき、単位時間当たりにコイル 2 に発生するジュール熱は となる。

問 時刻 t において、コイル 1 に流れる電流がつくる磁界からコイル 2 全体が受ける力の大きさと向きを求めよ。

10 [2007 京大]

図のような回路を考える。電池の電圧を V 、抵抗の抵抗値を R 、コンデンサーの電気容量を C 、コイルの自己インダクタンスを L とする。最初、スイッチ S_1, S_2, S_3 は開いており、コンデンサーは帯電していない。 G は変動する電圧をつくりことができる電源であり、最初は電圧が 0 であるものとする。



[A] スイッチ S_1 を閉じると電流が流れはじめる。このときのようすについて次の設問に答えよ。

- (1) スイッチを閉じた直後に流れる電流 I_0 を求めよ。
- (2) スイッチを閉じてから微小な時間 Δt が経過したときにコンデンサーにたくわえられる電荷を求めよ。また、このとき電流は I_0 からどれだけ変化するか。
- (3) 上の設問 (2) において、仮に単位時間当たりの電流の変化量が同じであり続けたとすると、電流が流れなくなるまでの時間はいくらになるか。
- (4) 実際に電流がほとんど流れなくなるまでの時間は上の設問 (3) で導いた時間と比べて長いか短いかを理由を付けて答えよ。
- (5) コンデンサーにたくわえられる電荷の時間変化の概形をグラフにかけ。

[B] 設問 [A] で S_1 を閉じてから十分時間が経過した後、スイッチ S_1 を開き、スイッチ S_2 を閉じる。次の設問に答えよ。

- (1) スイッチ S_2 を閉じた直後に流れる電流を求めよ。またスイッチを閉じてから微小な時間 Δt が経過したとき電流はどれだけ変化するか。
- (2) 特に $R=0$ の場合を考える。このとき回路に流れる電流の時間変化と、コンデンサーにたくわえられる電荷の時間変化をグラフにかけ。また、これらの変化の周期と、電流、電荷の最大値をそれぞれ求めグラフ中に示せ。
- (3) 次に抵抗 R が小さいけれども 0 ではない場合を考える。この場合、スイッチ S_2 を閉じた後、この抵抗には振幅がゆっくり減衰する振動電流が流れるが、この振幅の減衰が無視できる時間内においては、この振動電流は一定の交流電流とみなすことができる。このとき抵抗で消費される電力の平均値を求めよ。また仮に消費電力が同じであり続けたとすると、回路にたくわえられているエネルギーがすべて消費されるまでの時間はいくらになるか。

[C] 設問 [B] (3) で S_2 を閉じてから十分時間が経過した後、スイッチ S_3 を閉じる。その後時刻 $t=t_0$ より次のような周期的な電圧を電源 G に発生させた。

$$V_G = \begin{cases} V_1 \cdots nT \leq t - t_0 < (n + \frac{1}{2})T \text{ のとき} \\ -V_1 \cdots (n + \frac{1}{2})T \leq t - t_0 < (n+1)T \text{ のとき} \end{cases}$$

ただし、ここで T は周期であり、 $n=0, 1, 2, \dots$ とする。

- (1) このときコイルに流れる電流の時間変化をグラフにかけ。また電流の最大値を求めグラフ中に示せ。
- (2) 同様に抵抗に流れる電流の時間変化の概形をグラフにかけ。また電流の最大値を求めグラフ中に示せ。ただし抵抗の値 R は 0 ではないが十分小さいものとする。